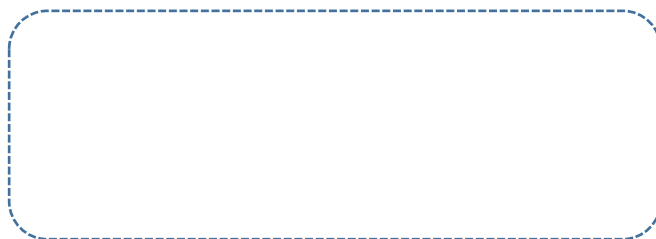




[ از سری کتاب های کار ]

## ریاضیات (۴) تجربی

( حد ، پیوستگی ، مجانب ودنباله )



با عرض سلام و درود بی پایان خدمت دانش آموزان عزیز حرف آخر

نحوه ی استفاده از کتاب مذکور در کنار لوح های فشرده ی مربوط به آن، جهت بهره وری بیشتر و صرفه جویی در وقت گرانبهایتان، به شرح زیر است:

هنگامی که لوح فشرده را داخل دستگاه قرار دادید و آماده ی دیدن یکی از جلسات آموزش هستید، کتاب کار را باز کرده و سوالات مربوط به آن جلسه را روبروی خود قرار دهید.

محتویات تدریس درون لوح فشرده از دو بخش تشکیل شده است: (۱) آموزش (۲) پرسش و پاسخ

اما محتویات درون کتاب کار شامل ۳ بخش می باشد:

۱- بخش درسنامه (نکات طلایی) که جای آن را برایتان خالی گذاشته ایم تا شما خلاصه ی آنچه را که از آموزش مفهوم (در لوح فشرده) دریافتید، در جای خالی بنویسید.

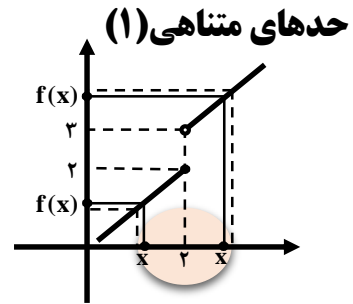
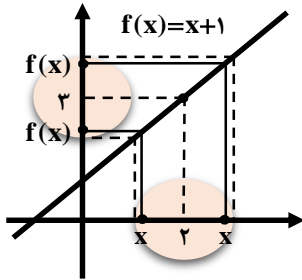
نکته: لطفاً بعد از تدریس هر مفهوم و قبل از پاسخ به پرسشها عمل خلاصه نویسی را انجام دهید. (در هنگام تدریس استاد، خلاصه نویسی ممنوع است)

۲- بخش پرسش که سوالات آن با تریبی که درون لوح فشرده تدریس شده است کاملاً منطبق می باشد. در این بخش قبل از اینکه استاد شروع به پاسخ دادن به پرسش نماید، سعی کنید خودتان آن را حل کنید و بعد از اطمینان از صحت پاسخ خودتان و مقایسه با پاسخ استاد، جواب را در کتاب کار بنویسید. اگر به هر دلیلی نتوانستید آن پرسش را پاسخ دهید یا به سختی به جواب رسیدید، پرسش مربوط را مارک دار کنید.

زیرا باید آن را ۳ بار و در سه زمان متفاوت حل کنید تا در آن مبحث به تسلط برسید.

۳- بخش سوم مربوط به پرسشهای تکمیلی است که بعد از اتمام جلسات با آن مواجه می شوید. این بخش را برای رسیدن به تسلط و مهارت بیشتر برایتان آوردیم که با جواب دادن به آنها به تسلط خواهید رسید.

با تشکر فراوان (گروه آموزشی حرف آخر)



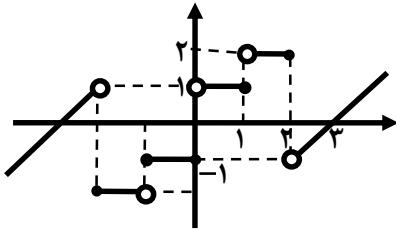
حدهای متناهی (۱)



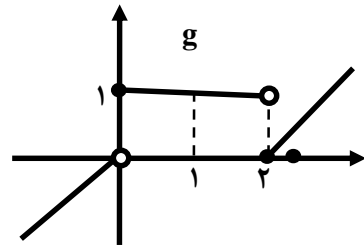
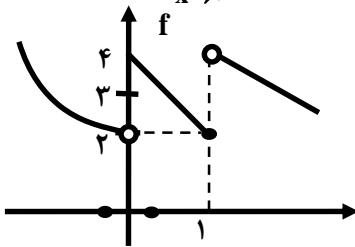
مثال: شکل زیر بخشی از نمودار تابع فرد  $f$  می باشد. حاصل

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

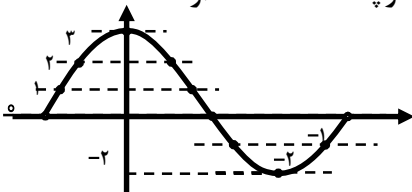
را بیابید.



مثال: نمودار توابع  $f$  و  $g$  را در زیر می بینید. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f \circ g \circ f(x)]$  را بیابید.



پرسش: با توجه به نمودار  $f$ ، تابع  $[f]$  در دامنه خود در چند نقطه حد ندارد؟



مثال: تابع  $f(x)=[x^2]$  در کدام نقطه فاقد حد است؟

$$x = \frac{3}{2} \quad (4)$$

$$x = \sqrt{3} \quad (3)$$

$$x = 0 \quad (2)$$

$$x = \frac{1}{2} \quad (1)$$

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\sin^2 x] = ?$$

پرسش: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \text{sgn}(x^2 - 1)$  چیست؟

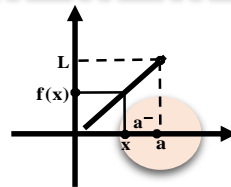
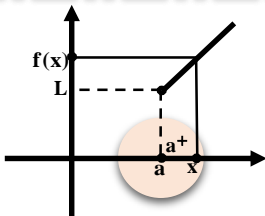
مثال: حاصل حدهای زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} [x]^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [x+1]^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \text{sgn}(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} [-x] + [2x]$$



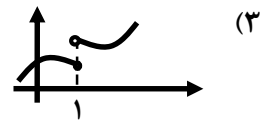
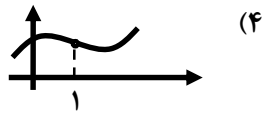
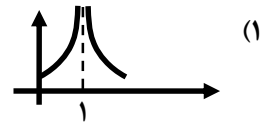
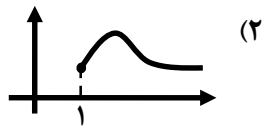
مثال:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4-x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4-x^2}$$

مثال: کدام یک از توابع زیر در  $x=1$  حد ندارد.



مثال:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{1}{x-1}\right) = ?$$

پرسش: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x \sin \frac{1}{x}}$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳)  $+\infty$

(۴) وجود ندارد.



$$f(x) = \begin{cases} x-1 & x \in \mathbb{Q} \\ 2 & x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$$

مثال: تابع زیر در چه نقاطی دارای حد است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$$

مثال: تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$  در چه نقاطی دارای حد است؟

### حدهای متناهی (۲)



مثال:

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^-} \operatorname{sgn}(3x+1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} [-x+1]$$

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^-} [-\tan x]$  چقدر است؟

پرسش: حاصل حد زیر را بیابید؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{[-\cos x] - [\sin x]}{[\cos x] + [-\sin x]}$$

مثال: حاصل حد زیر را بیابید؟

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} [-\frac{x}{2}] + [3x] =$$

سؤال ۸۷: در تابع با ضابطه ی  $f(x)=(x+a)[x]$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$

باشد، عدد حقیقی  $a$  کدام است؟



مثال: حاصل حدود زیر را بیابید؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{7\pi}{4}^-} [\cot^4 x]$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [8x^2] =$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} [\sqrt{-2 \tan^2 x - 2}] =$$

پرسش: حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^+} [-\frac{1}{x^2}]$  برابر است با:

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} [\frac{2}{x^3}]$  برابر است با:

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [\frac{1}{\tan^2 x}]$  برابر است با:

مثال: فاصله ی حد چپ و راست تابع زیر را در  $x=0$  بیابید.

$$f(x) = \left[ \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{1}{x} \right]$$

## حد توابع چند ضابطه ای



مثال: اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 0 \\ 2^x - b & x < 0 \end{cases}$  در  $x=0$  دارای حد باشد مقدار  $b$  را بیابید.

پرسش: تابع  $f(x) = \begin{cases} mx - 2 & x > 2 \\ |x| + 4m & x \leq 2 \end{cases}$  در  $x=2$  حد دارد.  $\lim_{x \rightarrow m^+} \left( [-x] + \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{4} \right] \right)$  را بیابید.

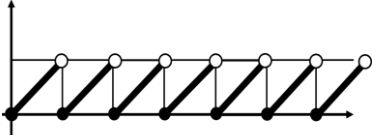
مثال: اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 2 \\ [x] - 1 & x < 2 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(|x|)$  را بیابید؟

سد ۸۶: اگر  $f(x) = \begin{cases} ax - 1 & x < 1 \\ x^2 + 2a & x \geq 1 \end{cases}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$  مقدار  $a$  را بیابید.



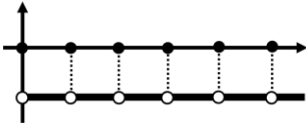


حدهای متناهی (۳)



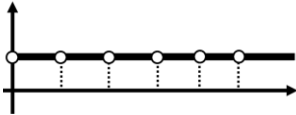
$$\lim_{x \rightarrow a} (x - [x]) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - [x]) = ?$$



$$\lim_{x \rightarrow a} ([x] + [-x]) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} ([x] + [-x]) = ?$$



$$\lim_{x \rightarrow a} (\tan x \cdot \cot x) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\tan x \cdot \cot x) = ?$$



مثال: چه تعداد از توابع زیر وقتی  $x \rightarrow \infty$  حد ندارد.

$$y = x - [x]$$

$$y = \frac{\sin x}{x}$$

$$y = [x] + [-x]$$

$$y = \frac{\sin x}{\sin x}$$

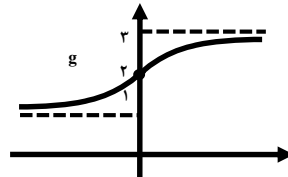
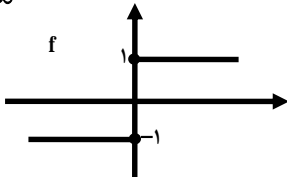
$$y = (-1)^{[x]}$$

$$y = \tan x \cdot \cot x$$

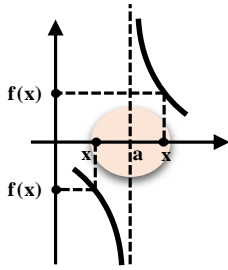
$$y = \sin x$$

مثال: شکل های زیر نمودار توابع  $f$  و  $g$  می باشند. حاصل حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \cdot g(x)]$$



مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cot^{-1}(x)}{x^2 + 1}$  برابر است با:



حدهای نامتناهی

---



---



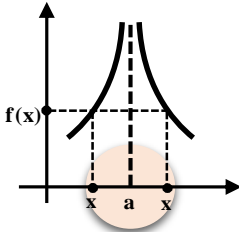
---



مثال:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-2x}{x^2-3x+2} =$$




---



---



---



مثال:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{|x-2|} =$$

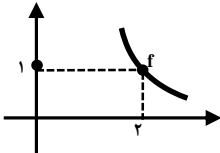
سؤال ۸۷: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[ \frac{1}{x} \right]$  را بیابید.



پرسش: تابع  $f$  فرد بوده و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-3} = +\infty$  می باشد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)]$  را بیابید.

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(-1)^{[x]}}{1-x^2}$  برابر است با:

پرسش: شکل زیر بخشی از نمودار تابع معکوس پذیر  $f$  است. حاصل



را بیابید.

مثال: اگر  $f(x) = \frac{1}{x^3 + 2x - 3}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x)$  را بیابید.

مثال: حاصل حدهای زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x^2-3x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{(x-1)^2}$$

مثال: اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{x^2+ax+b} = -\infty$  باشد،  $a+2b$  را بیابید.

پرسش: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \log \frac{x-1}{x+1}$  چیست؟

مثال: حاصل حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \log_{5/2} \frac{x^2+2}{(x-1)^2}$$

سخ ۸۶: اگر  $f(x) = \frac{1}{2x}$  و  $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$  آن گاه  $\lim_{x \rightarrow \infty} (g \circ f)(x)$  را بیابید.



---



---



---

## قضایای حد



مثال: حاصل حد های زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} ((x-1)[x])$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{sgn} x)$$

مثال: اگر  $|f(x)| \leq 1 - \cos x$  باشد  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  را بیابید.

مثال: اگر  $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$  و  $f(x) < 4$  باشد کدام گزینه همواره صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \leq 4 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) < 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \geq 4 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) > 4 \quad (3)$$

حد  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  هم ارزی (۱)

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[-x^2]+2}{x^2-1}$  برابر است با:

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1}$  برابر است با:

پرسش: فاصله ی حد چپ و راست تابع زیر در  $x=1$ ؟

$$f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2-2x+1}}$$

مثال: تابع  $f(x) = \frac{|2x^3-x^2-x|}{x-1}$  در چند نقطه فاقد حد است؟

سد ۹۰: حد عبارت  $\frac{|x^2-x-2|}{2x-\sqrt{x^2+12}}$  وقتی  $x \rightarrow 2^-$  را بیابید.

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x - 1}$  چیست؟

سد ۸۹: در تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & x > 0 \\ -\sqrt{1+x} & x \leq 0 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2 - x)$  را بیابید.

محاسبه‌ی حدهایی به شکل:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)^m \pm (x-a)^n \pm \dots}{(x-a)^k \pm (x-a)^l \pm \dots}$$

حاصل حد های زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3}{(x-1)^4 + (x-1)^3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^3 - (x-2)^2}{(x-2)^5 + 3(x-2)^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{x-1}}{5(x-1) + 2\sqrt[3]{x-1}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3 + 3(x-1)}{x^2 - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt[6]{(x-1)^3 + 3(x-1)}}{x^2 - 3x + 2 + \sqrt{x^2 - 1}}$$

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^2 x^4 + 4 + 2^2 x - 6}{9^{x+1} + 8^{x-1}}$  چیست؟



حد  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  هم ارزی (۲)

سؤال ۸۶: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 x}{x^3 \sin 2x}$  را بیابید.

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - 2\sin x}{x^3}$  چیست؟

سؤال ۹۱: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$  را بیابید.

مثال: اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{ax^f + bx^m} = 2$  باشد  $b, m$  چیست؟

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan \sqrt{x} - \sqrt{x}}{(2\sqrt{x} + \sqrt{\sin x})^3}$  ؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x \tan x}{x^4}$  ؟

پرسش: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin^2 x}{\sin x} \right]$  ؟

سخ ۹۲: حد عبارت  $[\frac{\sin x}{x}] + 2[\frac{x}{\sin x}]$ ، وقتی  $x \rightarrow 0$  را بیابید.

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - |\cos x|}{|\sin x| \sin x}$  چیست؟

سخ ۹۰: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin x}$  کدام است؟

سد ۹۱: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 x}{x^2}$  کدام است؟

سد ۸۵: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{2 - \sqrt{4 - x^2}}$  را بیابید.

سخ ۸۵: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \tan^3 x}{\sqrt{1 - \cos x}}$  را بیابید.

سخ ۸۸: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\cos x - 1} - \frac{1}{x})$  را بیابید.

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{1 - \cos^3 x}}$  چیست؟

سد ۸۸: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos^3 x}}{1 - \cos x}$  را بیابید.

هم ارزی  $\cos^{-1}x$ مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\pi - \cos^{-1}x}{\sqrt{1+x}}$  ؟سد ۸۵: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cos^{-1}x}{\sqrt{x-x^2}}$  را بیابید.حد  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  هوپیتال (۱)سخ ۸۸: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 12^-} \frac{1-\sqrt{x}}{12-\sqrt{5-x}}$  کدام است؟مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2-x-2|}{2x-\sqrt{x^2+12}}$  برابر است با؟سخ ۹۲: اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{6}^+} \frac{[4\cos^2 \pi x] - 12x}{ax+b} = \frac{1}{2}$  باشد، آن گاه  $a+b$  را بیابید.

مثال: اگر  $f(x) = 2\frac{1}{x}$  و  $g(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+1}}{x^2 - x}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty^-} g(f(x))$  ؟

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)^3 - \sqrt[3]{1+6x}}{(1+x)^2 - \sqrt{1-x}}$  چیست؟

پرسش: مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot^2 x - \cos x}{1 - \sin x}$  برابر است با؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{1 - \tan \frac{x}{3}}$  برابر است با؟

حد  $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$  هوپیتال (۲)

سرخ ۹۱: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos^2 x}$  کدام است؟

سرد ۸۸: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos^2 x}$  کدام است؟

سد ۸۷: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan \pi x}{x^2 - \sqrt{x}}$  را بیابید.

سد ۹۱: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{1 - \tan(\pi x)}{2x - \sqrt{x}}$  را بیابید.

سخ ۸۷: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\sin(x - \frac{\pi}{4})}$  کدام است؟

سخ ۸۷ و سد ۸۹: حد  $\frac{\cos x}{1 - \sin x}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$  کدام است؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{|\cos \pi x|}{1 - \sqrt{2x}}$  برابر است با؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|\sin \pi x|}{2 - \sqrt{2x}}$  برابر است با؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-\sin \pi x}{2 - \sqrt{2x}}$  برابر است با؟

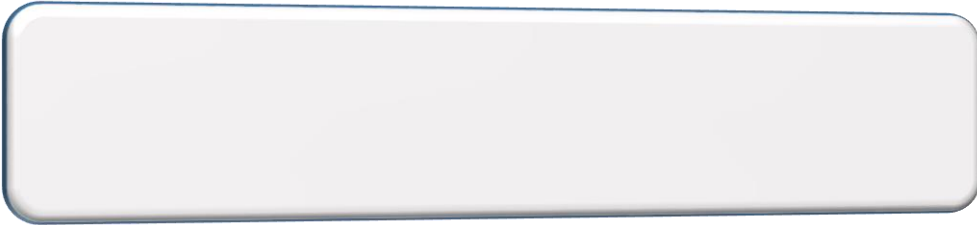
سد ۸۶: در بازه ی  $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$  همواره  $\frac{\sin \pi x}{1-x} \leq f(x) \leq g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{\sin \pi x}{1-x} - g(x)) = 0$ .

حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ؟



سخ ۹۱: در بازه ی  $(0, 2)$  همواره رابطه زیر برقرار است:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \leq \frac{\sin \pi x}{1-x} \leq \tan^{-1}(x^2 - 2x + 2) \text{ حاصل } f(x) \text{ را بیابید.}$$



سد ۹۲: اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 2^a$  باشد، آن گاه  $a$  را بیابید.

سخ ۹۲: حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(1 + \cos x)}{1 - \cos 2x}$  را بیابید؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{2 + 2\cos 4\pi x}{(4x - 1)^2}$  برابر است با؟

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^3 - x^2 - x + 1}}{|x - 1|}$  ؟

پرسش: مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{(1 + 2\cos 2x)^2}{1 - \sin \frac{3x}{2}}$  برابر است با؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \tan x)^2}{1 - \cos 8x}$  برابر است با؟

سخ ۸۷: مقدار  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \cos \pi x}{4x - 4\sqrt{x} + 4}$  ؟

سخ ۸۵: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{x^3 - x^2 - x + 1}$  را بیابید.

حد  $(\frac{\infty}{\infty})$  و  $(\infty \times \infty)$

مثال: حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^4 + x^2 + 1}}{3x^2 + 2x + 5}$  ؟

پرسش: مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [\frac{1+x}{3+x^2}]$  ؟

مثال: اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + c}{cx + 1} = 1$  باشد، آن گاه:

(۲)  $a + b + c = 1$

(۱)  $a \neq 0$

(۴)  $a = 0, b = c \neq 0$

(۳)  $c = 0$

سخ ۹۱: در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$  باشد،  $f(-1)$

کدام است؟

سد ۹۱: نمودار تابع زیر از نقطه ی (۲,۱) می گذرد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  کدام است؟

$$f(x) = \frac{ax+1+\sqrt{4x^2+9}}{2x}$$

سد ۹۰: در تابع  $f(x) = \frac{3-\sqrt{x^2+5}}{ax^n+4}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$  باشد، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام

است؟

سخ ۸۹: در تابع  $y = \frac{2x-\sqrt{x^2+6x}}{ax-2}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3$  باشد، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow 2} y$  کدام است؟

سخ ۸۶: حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-\sqrt{4x^2+9x}}{3x+\sqrt{x}}$  کدام است؟

سخ ۹۰: اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x^2-4|}{ax^2-x+2} = -1$  آن گاه حد راست این عبارت در  $x = -2$  را بیابید.

سد ۹۲: اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = 3$  باشد، آن گاه حد این کسر وقتی  $x \rightarrow 3$  کدام

است؟

مثال: اگر  $f\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) = \frac{x+2}{3x+3}$  باشد، آن گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  ؟



پرسش: اگر  $f\left(\frac{x}{1-x}\right) = \frac{\sqrt{x+3}-2x}{x-\sqrt{x}}$  آن گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{3x^2 + 2x}{x^2 + x} \right]$  ؟

مثال: مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{3x^2 + 2x}{x^2 + x} \right]$  ؟

مثال: اگر  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{5\pi}{4}$  باشد، آن گاه مقدار:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x + \cos \alpha}{x + \sin \alpha} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x + \cos \alpha}{x + \sin \alpha} \right]$$

پرسش: مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{4x} - \frac{2}{6x}}{\frac{1}{3x} + \frac{1}{36x}}$  کدام است؟

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - [x^3]}{4x^3 + 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - [x]}{[2x] + \sqrt{x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} (1 - x[\frac{1}{x}]) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\frac{1}{x}]}{\frac{1}{x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x[\frac{1}{x}] =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x[\frac{1}{x}] =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\frac{x}{x}] =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [\frac{x}{x}] =$$

پرسش: حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x[\cot x] + [x]\cot x)$  را بیابید؟

مثال: اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^4 - ax^2 + b)[\frac{1}{x-1}] = 4$  باشد، مقدار  $b$  را بیابید؟

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x - \frac{\pi}{2}) \tan x =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cot 2x \cdot \cot(\frac{\pi}{2} - x)$$

حد  $(\infty - \infty)$

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{5x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+2)^3 - (x-2)^3}{2x^2 + 4x - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log(\sqrt{x^2 + 2x}) - 2 \log(x-2)) =$$

پرسش: اگر  $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x-2)(x-3)} - x$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3})$  را

بیابید؟

پرسش: اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^6 + 3x + 1}}{ax^6 + bx^3 + 1} = 1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + bx + (ax^2 + x + 1)})$  ؟

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + 8x^2} + \sqrt{9x^2 + 2x}) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1})(\sqrt{x^4 + x + 1} - x^2) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2(\sqrt{x^4 + x + 1} - \sqrt{x^4 + x + 5})) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^2 + 1})(\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 3}) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2 + 1} - \sqrt{x^3 - x^2 + 1}}{\sqrt{2x + 1}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 4}) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + \sqrt{x + 1})^2 - (x + \sqrt{x - 1})^2}{(\sqrt{x - 1})^2 + (2\sqrt{x - 1})^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x - 1} - \sqrt[3]{x + 1}}{\sqrt[3]{x - 4} - \sqrt[3]{x + 1}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x - 1} - \sqrt[3]{x + 1}}{\sqrt[3]{x + 4} - \sqrt[3]{x + 1}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{3x^2 + 1} - \sqrt[3]{3x^2 + 6}}{\sqrt[3]{3x^2 - 2} - \sqrt[3]{3x^2 + 7}} =$$



مثال:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x + 3}{x-1} - \frac{x^2 + 4x^2 + 1}{x^2 + 2} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x-1} - \frac{x^2 - x}{x+1} =$$

مثال: اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x}{ax+b} - \frac{x^2 - 3x}{x^2 - x} \right) = 2$  حاصل  $b-a$  را بیابید؟

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{3x-1}{x^2-1} \right) =$$

سخ ۸۶: حاصل  $\lim_{x \rightarrow -4} \left( \frac{x+19}{x^2+3x-4} + \frac{3}{x+4} \right)$  را بیابید.

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{x^2-1} - \left| \frac{x}{x+1} \right| =$$

سخ ۸۹: در تابع  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)$  را بیابید.

مثال:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{4x^2}\right)^{x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\cot x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\cot 2x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^{\left(\frac{2}{x-1}\right)} =$$

### مجانب قائم، افقی و مایل

مثال: مجانب قائم هر یک از منحنی های زیر را بیابید.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 3}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 4x + 4}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 2x}$$

$$y = \frac{x}{x^3 - x}$$

$$y = \frac{x + \sqrt{x}}{x^2 + x}$$

### مجانب افقی

مثال: کدام مورد فاقد مجانب افقی است؟

$$y = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}} \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{x^2+1} \quad (4)$$

$$y = \frac{3x}{x+1} \quad (3)$$

پرسش: مجانب های افقی توابع زیر را بیابید.

$$y = \frac{x|x-1|}{(x-2)(x-3)}$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x-\sqrt{x+1}}$$

$$y = \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}$$

مجانب مایل

مثال: مجانب مایل توابع زیر را بیابید؟

$$f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + 1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^3 + x}{x^3 + 4x + 3}$$

$$f(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 + 4}{x^2 - 2x + 5}$$

مثال: عرض از مبدا مجانب مایل تابع زیر را بیابید؟

$$y = \frac{x^4 + 6x^3 - 1}{-2x^3 + 4x^2 - 2}$$

پرسش: مجانب مایل تابع زیر را بیابید؟

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{x^3 + 4x^2}{x^2 + 3x}$$

تمرین: مجانب های توابع زیر را بیابید؟

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 1}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 1} - 3x$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 6x^2 + 4} + x$$

مثال: اگر  $y = ax + b$  مجانب مایل تابع  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$  باشد  $a + b$  چقدر است؟

مثال: مجانب های تابع زیر را بیابید؟



$$y = \sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{x^2 + 1}$$

تمرین: تابع  $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2 - x}{x^2 - x + 1}$  مجانب خود را در نقطه ی A قطع می کند، عرض نقطه A کدام است؟

### مجانِب توابع کسری

سخ ۹۱: اگر محور  $y$  ها تنها مجانب قائم نمودار تابع زیر باشد، آن گاه معادله ی مجانب مایل آن کدام است؟

$$f(x) = \frac{x^3 + ax - 2}{x^2 - x}$$

سد ۹۱: اگر  $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  باشد، نقطه ی تلاقی مجانب های تابع  $f \circ g$  کدام است؟

سد ۹۰: یک از مجانب های منحنی به معادله ی زیر، محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۲- قطع می کند.  $a$  کدام است؟

$$y = \frac{2x^3 + ax^2 + 5}{x^2 + x}$$

سخ ۸۸: مجانب های نمودار تابع  $y = \frac{x^2}{x^2 - x - 6}$  در دو نقطه ی A و B متقاطع اند. مختصات نقطه ی وسط AB کدام است؟

سخ ۸۷: منحنی به معادله ی  $y = \frac{x^2 + 3x}{ax^2 + 4x - 1}$ ,  $a \neq 0$  فقط دو خط مجانب دارد. مختصات نقطه ی تلاقی مجانب ها کدام می تواند باشد؟

مجانب توابع رادیکالی

سخ ۹۰: فاصله ی نقطه  $A(-2, 0)$  از خط مجانب منحنی به معادله ی  $y = x - \sqrt{x^2 - 2x}$ ,  $x \leq 0$  کدام است؟

سخ ۸۸: نقطه ی تلاقی مجانب های نمودار تابع زیر کدام است؟

$$y = 2x - \sqrt{x^2 - 2x}$$

سخ ۸۷: تابع  $y = \sqrt{(a-1)x^2 + ax + 2 - a}$  دارای دو خط مجانب است. مجموعه مقادیر a به کدام صورت است؟

$$a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

## تست های سراسری مجانب

سد ۸۶: معادله مجانب های افقی نمودار تابع با ضابطه ی  $y = \frac{x^2 \tan^{-1} x}{3x + 2x^2}$  را بیابید.

سد ۸۵: توابع  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x + 2}$  و  $g(x) = \frac{x^2}{x - 1}$  مفروض اند. اگر  $A$  و  $B$  محل تلاقی مجانب های تابع  $(g - f)$  و  $O$  مبدأ مختصات باشد، مساحت مثلث  $OAB$  را بیابید.

سد ۸۸: خطوط مجانب نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 4}$  در نقاط  $A$  و  $B$  متقاطع اند. اندازه ی پاره خط  $AB$  را بیابید.

سخ ۸۸: نمودار تابع زیر، خط مجانب افقی خود را در نقطه  $A$  قطع می کند. فاصله نقطه  $A$  از خط مجانب قائم را بیابید.

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 2x + 1}$$

سد ۹۰: اگر  $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 3x - 4}$  و  $g(x) = \frac{2}{x - 4}$  نقطه تلاقی مجانب های نمودار تابع  $f - g$  را بیابید.

سخ ۸۵: دو تابع  $f(x) = \frac{x + 1}{x + \sqrt{x}}$  و  $g(x) = \frac{1 - x}{x - \sqrt{x}}$  مفروض اند. تعداد مجانب های تابع  $(f + g)$  را بیابید.

سخ ۸۷: خط به معادله  $y = \frac{3}{4}$  مجانب افقی نمودار تابع  $f(x) = 2x - 1 + \sqrt{ax^2 + bx}$  است.  $b$  را بیابید.

سخ ۹۲: نمودار تابع  $f(x) = x + \sqrt{x^2 - x^3}$  با کدام طول مجانب خود را قطع می کند؟

مثال:

$$f(x) = x \sqrt[5]{\frac{x+3}{x-1}}$$

$$f(x) = -x \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+5}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 4x^2}{x+2}}$$

$$f(x) = 2x \cdot \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-1}}$$

$$f(x) = (x+1) \sqrt[4]{\frac{x+1}{x-3}}$$

$$f(x) = (2x+3) \sqrt[6]{\frac{x+2}{x-1}}$$

سخ ۹۰: اضلاع مثلثی منطبق بر محور  $x$  ها و مجانب های تابع  $y = (x-1)\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$  است. مساحت این مثلث؟

سخ ۹۱: به ازای کدام مقدار  $a$  خط  $y = x+2$  مجانب بر منحنی تابع  $y = (x-2)\sqrt{\frac{x+a}{x-1}}$  است؟

سد ۸۷: معادله ی مجانب مایل نمودار تابع با ضابطه ی  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3+x^2}{x-2}}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  را بیابید.

مثال: حاصل حد زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x(\sqrt[3]{\frac{x+2}{x-1}} - 1)) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-1}} - x) =$$

مثال: نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2+3x+1}{x^2-1}$  در اطراف مجانب خود چگونه است؟

پرسش: نمودار تابع  $f(x) = \frac{3x^2+5x+1}{x+1}$  در اطراف مجانب خود چگونه است؟

## پیوستگی در نقطه

سخ ۹۱: اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax+b & x > 2 \\ x^2+bx-1 & x < 2 \end{cases}$  با شرط  $f(2) = 5$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته باشد، کدام است؟

سد ۹۱: به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه زیر، بر روی  $\mathbf{R}$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2+ax-5 & x > 2 \\ ax-1 & x \leq 2 \end{cases}$$

سخ ۹۰: تابع زیر بر بازه  $[\frac{\pi}{4}, 2\pi]$  پیوسته است. مقدار  $a$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} a \sin 2x & \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{4} \\ \cos(x + \frac{\pi}{4}) & \frac{3\pi}{4} \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

سد ۸۹: تابع زیر با شرط  $f(\frac{\pi}{4}) = 2$ ، در بازه  $[0, 2\pi]$  پیوسته است.  $a-b$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} a + \sin 3x & 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ b \cos 2x & \frac{\pi}{4} < x \leq 2\pi \end{cases}$$

سخ ۸۸: به ازای کدام مقدار  $a$  تابع زیر روی بازه  $[\pi/2, 0]$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} a + \sin^2 x & 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ \sqrt{2} \cos^3 x & \frac{\pi}{4} \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

سخ ۸۷: با کدام مقادیر  $a$  تابع زیر در  $x = -1$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+a} & x \geq -1 \\ x^2 + ax & x < -1 \end{cases}$$

سد ۹۲: به ازای کدام مقدار  $a$  تابع زیر در  $x = 2$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} 2x - [x] & x < 2 \\ a & x = 2 \\ x + 2 & x > 2 \end{cases}$$

### پیوستگی توابع دو ضابطه ای کسری

سد ۹۰: تابع زیر به ازای کدام مقدار  $a$  بر  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 + x - 2|}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$$

سخ ۸۹: تابع زیر به ازای کدام مقدار  $b$  همواره پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x-2} & x > 2 \\ 2x + b & x \leq 2 \end{cases}$$

سد ۸۸: تابع زیر از نظر پیوستگی در دو نقطه به طول های ۱- و ۱ به ترتیب چگونه

است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & |x| > 1 \\ 2x & |x| \leq 1 \end{cases}$$

(۱) نا پ - پ  
(۲) نا پ - نا پ  
(۳) پ - نا پ  
(۴) پ - نا پ

سد ۸۷: تابع زیر به ازای کدام مقدار  $a$ ، در نقطه  $x=2$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{2x}}{2-x} & x \neq 2 \\ a & x = 2 \end{cases}$$

سخ ۸۶: تابع زیر به ازای کدام مقدار  $a$ ، در نقطه  $x=1$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{x-1} & x > 1 \\ ax-a+3 & x \leq 1 \end{cases}$$

سد ۸۶: تابع زیر به ازای کدام مقدار  $a$  در  $x=0$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} & x > 0 \\ a \sin(x + \frac{\pi}{6}) & x \leq 0 \end{cases}$$

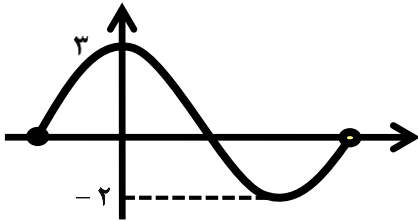






## پیوستگی توابع شامل براکت

مثال: با توجه به نمودار  $f$ ، تابع  $[f]$  چند نقطه ی ناپیوسته دارد؟



مثال: تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $y=[x^2]$  در بازه  $[-2, 2)$  کدام است؟

مثال: مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع  $f(x)=[\sqrt{x}]$  کدام است؟

$$\{\sqrt{k} \mid k \in \mathbb{N}\} \quad (2)$$

$$\{k^2 \mid k \in \mathbb{N}\} \quad (1)$$

$$\{\sqrt{k} \mid k \in \mathbb{W}\} \quad (4)$$

$$\{k^2 \mid k \in \mathbb{W}\} \quad (3)$$

مثال: تابع  $y=[\frac{x-1}{3}]$  در بازه  $(3, 14)$  چند نقطه ی ناپیوستگی دارد؟

سخ ۸۹: نمودار تابع با ضابطه ی  $f(x)=[4\sin^2 \pi x]$  روی بازه  $[0, \frac{1}{4}]$ ، در چند نقطه

ناپیوسته است؟

## پیوستگی (۲)

مثال: پیوستگی تابع زیر در  $x=0$  را بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

سـد ۸۵: تابع  $f(x) = (x-3) \left[ \frac{1}{3}x - 1 \right]$  در بازه  $(0, 9)$  چند نقطه ناپیوستگی دارد؟

سـد ۸۸: تابع  $f(x) = [x^2 - 3]$  روی بازه  $[2, 2+k]$  پیوسته است. بیشترین مقدار  $k$  کدام است؟

سراسری ۹۳: تابع  $f(x) = (-1)^{[x]} \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$  از لحاظ پیوستگی در  $x \in \mathbb{Z}$  چگونه است؟

سراسری ۹۳: تابع  $f(x) = (-1)^{[x]} \sin(\pi x)$  از لحاظ پیوستگی در  $x \in \mathbb{Z}$  چگونه است؟

سده ۸۶: کدام عبارت در مورد توابع پیوسته صحیح است؟

- (۱) اگر تابعی بر یک بازه پیوسته باشد، بر آن بازه کران دار است.
- (۲) اگر تابعی بر یک بازه ی بسته صعودی و کران دار باشد، بر آن بازه پیوسته است.
- (۳) اگر تابعی حد چپ و حد راست برابر در یک نقطه داشته باشد، در آن نقطه پیوسته است.
- (۴) اگر تابعی از چپ و راست در یک نقطه پیوسته باشد، در آن نقطه پیوسته است.

سده ۸۷: کدام بیان درباره ی پیوستگی تابع درست است؟

- (۱) اگر تابعی در بازه ی  $(a, b)$  یکنوا و کران دار باشد، در این بازه پیوسته و دارای ماکسیمم و می نیمم مطلق است.
- (۲) اگر تابعی در بازه ی  $[a, b]$  کران دار و دارای ماکسیمم و می نیمم باشد، در این بازه پیوسته است.
- (۳) اگر تابعی در بازه ی  $(a, b)$  پیوسته باشد، در این بازه کران دار و دارای ماکسیمم و می نیمم مطلق است.
- (۴) اگر تابعی در بازه ی  $[a, b]$  پیوسته باشد، در این بازه کران دار و دارای ماکسیمم و می نیمم مطلق است.

سخ ۸۵: تابع  $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax+b & |x| \geq 1 \end{cases}$  بر روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است.  $a$  کدام است؟

سخ ۸۷: به ازای چه مقدار  $a$  تابع زیر بر روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{3-x}}{x+1} & x < -1 \\ ax+1 & x \geq -1 \end{cases}$$

سخ ۸۸: به ازای چه مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{1-x} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$  بر روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

سد ۹۰: اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} ax+b & |x| \geq 1 \\ x[x] & |x| < 1 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، نمودار این تابع خط

$x=3$  را با کدام عرض قطع می کند؟

سخ ۹۰: به ازای چه مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$  در  $x=0$  پیوسته است؟

سد ۹۲: اگر  $f(x) = [x] + [-x]$  و  $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \notin \mathbb{Z} \\ f(x) - 1 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$  باشد، آن گاه تعداد نقاط

ناپیوسته ی تابع  $g$  روی بازه ی  $[-4, 4]$  کدام است؟

سخ ۹۲: به ازای چه مقدار  $a$  تابع زیر در  $x=1$  پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[2]{1-\sqrt{x}}}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$$

مثال: تابع زیر در چه نقاطی دارای پیوستگی است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$$

مثال: تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$  در چه نقاطی دارای پیوستگی است؟

## دنباله




---



---



---



---

مثال: همگرایی و کران‌داری دنباله‌های زیر را بررسی کنید؟

$$a_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

$$b_n = \frac{n^2+1}{2n-1}$$

$$c_n = \sin\left(\frac{\pi}{2}(n+1)\right)$$

$$a_n = \sqrt{n^2 + 4n + 5} - n$$

$$a_n = (2n+1) \sin \frac{1}{3n-2}$$

$$a_n = \frac{\sin n}{n + \cos n}$$

$$a_n = \left[ \frac{\sin n}{n + \cos n} \right]$$

$$a_n = (-1)^{n^2+n}$$

$$a_n = \left[ n - \frac{2}{2n} \right] - n$$

$$a_n = \left[ \frac{n + (-1)^n}{n+1} \right]$$

$$a_n = \frac{n(-1)^n}{2n+1}$$

$$a_n = \frac{\log(\lambda^n + 1)}{\log(2^n + 1)}$$

$$a_n = \frac{n^2 + 1}{2n-1} \left[ \frac{n+1}{2n-1} \right]$$

$$a_n = \frac{n^2 + 1}{n+5} - \frac{n^2 - 3}{n-1}$$

مثال: همگرایی یا واگرایی را بررسی کنید.

$$\left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right\}$$

$$\left\{ \left[ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right] \right\}$$

$$\left\{ 1 - \frac{(-1)^n}{n} \right\}$$

$$\left\{ \left[ 2 + \frac{n(-1)}{n} \right] \right\}$$

$$\{ n(-1)^{2n-1} \}$$

مثال: دنباله  $\left\{ \frac{1-n^2}{n} \right\}$  کدام وضع را دارد؟

(۱) فقط از بالا کراندار

(۲) فقط از پایین کراندار

(۳) هم از بالا کراندار هم از پایین

(۴) نه از بالا کراندار نه از پایین

پرسش: چه تعداد از دنباله‌های زیر کراندار می‌باشند؟

$$a_n = \sqrt{n^2 + 1} \sin \frac{\pi}{2n+1}$$

$$a_n = \log \left( \frac{1}{2n^2 + 1} \right)$$

$$a_n = \sin n + \cos n$$

$$a_n = (-1)^n \cos 2n\pi$$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1} - n}$$

$$a_n = \tan \left( \frac{\pi n}{2n+4} \right)$$

$$a_n = \log \left( \sin \frac{\pi}{n+5} \right)$$

$$a_n = \sqrt{n^2 + 1} + n$$

سرخ ۸۹: بزرگ‌ترین کران پایین دنباله با جمله‌ی عمومی  $U_n = \frac{2n^2 + 3}{n^2 + 1}$ ، کدام است؟

سبز ۸۹: دنباله‌ای با کدام جمله‌ی عمومی، همگرا است؟

$$b_n = \log \frac{1}{n} \quad (2)$$

$$u_n = \left[ \frac{(-1)^n}{n} \right] \quad (1)$$

$$v_n = \frac{n^2 - 1}{2n + 1} \quad (4)$$

$$a_n = \sin \frac{\pi}{n} \quad (3)$$

سرخ ۸۷: بزرگ ترین کران پایین دنباله با جمله ی عمومی  $U_n = \frac{3^n}{n^3}$  کدام است؟

سده ۸۷: کوچک ترین کران بالای دنباله با جمله عمومی  $U_n = \frac{3n^2 - 2n}{4n^2 + 5}$  کدام است؟

سده ۸۶: کدام دنباله ی زیر، از بالا کران دار است ولی از پایین کران دار نیست؟

$$u_n = \cot \frac{n\pi}{2} \quad (۴) \quad u_n = \cot \frac{\pi}{n} \quad (۳) \quad u_n = \sin \frac{\pi}{n} \quad (۲) \quad u_n = \log \frac{1}{n} \quad (۱)$$

مثال: همگرایی و یکنوایی دنباله های زیر را بررسی کنید.

$$a_n = \sqrt{n^2 + 3} - n$$

$$a_n = \cos \frac{\pi}{n}$$

$$a_n = \sin \frac{\pi}{n+1}$$

$$a_n = \left[ \frac{n}{2} \right] - \frac{n}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$a_n = \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1}$$



سؤال ۹۱: کدام یک از دنباله های زیر صعودی و همگرا است؟

$$U_n = \left[ \frac{(-1)^n}{n} \right] \quad (۴) \quad U_n = \frac{2n+1}{n} \quad (۳) \quad U_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} \quad (۲) \quad U_n = \left( \frac{3}{2} \right)^n \quad (۱)$$

سؤال ۸۶: کدام دنباله از بالا و از پایین کران دار و نزولی است؟

$$U_n = \frac{n^2+1}{n^2+3} \quad (۴) \quad U_n = \frac{n^2+3}{n^2+1} \quad (۳) \quad U_n = (-1)^n \quad (۲) \quad U_n = \frac{2^n}{n^2} \quad (۱)$$




---



---



---



---




---



---



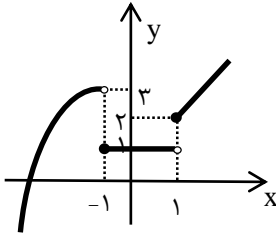
---



---

تست های تکمیلی حد

۱- نمودار تابع با ضابطه ی  $f(x)$  به صورت روبه رو است. کدام گزینه نادرست است؟



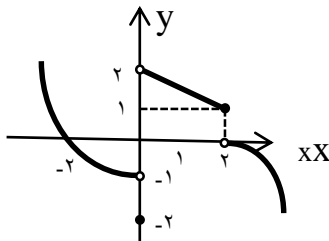
$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  (۲)

$f(-1) + f(1) = 3$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(-x) = 2$  (۴)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x) = 3$  (۳)

۲- شکل مقابل نمودار تابع  $f$  می باشد.

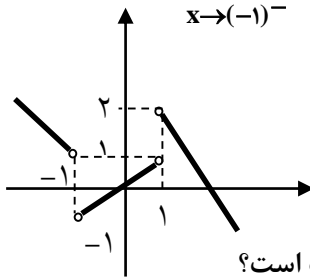


حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(0)$  کدام است؟

$1(2)$  (۱)

$2(4)$  (۳)

۳- شکل زیر، نمودار تابع  $y=f(x)$  می باشد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x^2)$  کدام است؟

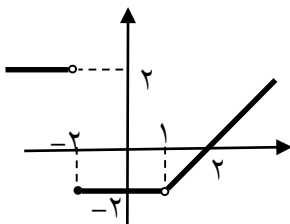


$2(2^*)$  (۱)

$1(4)$  (۳) صفر

۴- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. کدام گزینه نادرست است؟

( [ ] ) نماد جزء صحیح است



$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(|x|) = 0$  (۲)

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} |f(x)| = 2$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow 2^+} \log f(x) = -\infty$  (۴)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(x)] = -1$  (۳)

$$5- \text{تابع } f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{ax}{2}, & x > 2 \\ ax^2 - 2, & x < 2 \end{cases} \text{ در نقطه‌ی } x=2 \text{ دارای حد است. مقدار این حد}$$

کدام است؟

(1) 1      (2) 3      (3) 2      (4) 4 (صفر)

6- هر گاه تابع داده شده در  $x=1$  دارای حدی برابر  $k$  باشد، مقدار  $a-k$  کدام است؟

[ علامت جزء صحیح است ]

$$f(x) = \begin{cases} a[3x] + [-x], & x \geq 1 \\ \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x-1}, & x < 1 \end{cases}$$

(1)  $\frac{2}{3}$       (2)  $\frac{4}{3}$       (3)  $\frac{-2}{3}$       (4) -1

7- حد تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax^2 - bx - 1, & x \geq 2 \\ \frac{ax+5}{bx-1}, & x < 2 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x=2$  برابر 3 است؟

(1) 1      (2) 3      (3)  $\frac{3}{2}$       (4) 2

8- تابع  $f(x) = \begin{cases} 3ax + [x], & x \geq 2 \\ x^2 + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x-2}, & x < 2 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x_0 = 2$  حدی برابر  $k$  داشته

باشد، مقدار  $k+a$  کدام است؟ [ علامت جزء صحیح است ]

(1)  $\frac{-19}{6}$       (2)  $\frac{17}{6}$       (3)  $\frac{-17}{6}$       (4)  $\frac{19}{6}$

9- اگر  $f(x) = \begin{cases} ax-1, & x < 1 \\ x^2 + 2a, & x \geq 1 \end{cases}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$ ، آنگاه مقدار  $a$  کدام

است؟

(1) -4      (2) -3      (3) -2      (4) -1

۱۰- در تابع  $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in \mathbb{Z} \\ 0, & x \in (\mathbb{R} - \mathbb{Z}) \end{cases}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} f(x)$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲) -۱      (۳) -۲      (۴) صفر

۱۱- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + [\cos x]}{x^2 + [\sin x]}$  آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۲      (۴) صفر

۱۲- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} 2 \sin \frac{\pi}{3} [x], & x \geq 1 \\ kx^3 - 2, & x < 1 \end{cases}$  داده شده است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  موجود باشد، مقدار  $k$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است )

(۱) ۲      (۲) صفر      (۳) ۴      (۴) ۳

۱۳- در تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x > 0 \\ -\sqrt{1-x}, & x \leq 0 \end{cases}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^5 + x^3 - x)$  کدام است؟

(۱) -۱      (۲) ۱      (۳) صفر      (۴) موجود نیست

۱۴- توابع  $f(x) = x^3 - 3x$  و  $g(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  مفروض هستند. تابع  $y = f(x).g(x)$  در چند نقطه دارای حد است؟

(۱) ۲      (۲) بی‌شمار      (۳) ۳      (۴) صفر

۱۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ 2x+1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  تابع  $f \circ f$  در چه نقطه ای دارای حد است؟

(۱)  $x=0$  (۲)  $x=1$  (۳)  $x=-1$  (۴) هرگز دارای حد نمی باشد

۱۶- تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x \in \mathbb{Q} \\ 3x+1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  تابع  $f \circ f$  در چند نقطه حد دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی شمار

۱۷- فرض کنید  $f$  تابعی فرد و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$  باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -2$  (۲)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 2$

(۳)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 2$  (۴)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -2$

۱۸- حاصل حد راست تابع  $\frac{\sqrt{x^2-16}}{x-4}$  وقتی  $x \rightarrow 4$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $+\infty$  (۴)  $-\infty$

۱۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x + 1}{x^3 - 2x + 1}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

۲۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^m - 2^m}{x - 2} = 27$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^n - 2^n}{x - 2} = 80$  باشند، مقدار  $m+n$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۹ یا ۷

۲۱- هرگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a}{x - 2}$  عددی متناهی باشد، مقدار این حد کدام است؟

- ۱) -۸      ۲) ۸      ۳) -۱۲      ۴) ۱۲

۲۲- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - ax + b}{x^3 - 1} \right) = -\frac{1}{3}$  آنگاه  $a + b$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) -۱      ۳) ۵      ۴) -۵

۲۳- هرگاه  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - bx + a}{ax^2 + ax - 2a^2} = \frac{1}{6}$  باشد،  $b$  کدام عدد است؟

- ۱) ۱      ۲) ۳      ۳) ۲      ۴) ۴

۲۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2ax^2 - x - 2a}{ax^2 + x(1-a) - 1} = 1$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱) -۳      ۲) ۳      ۳)  $-\frac{1}{3}$       ۴)  $\frac{1}{3}$

۲۵- اگر  $f(x+1) = \frac{x^2 - x}{1 - \sqrt{x+1}}$  آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) -۱      ۴) -۲

۲۶- برای هر  $x$ ،  $|f(x) - 2| \leq \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right)$  برقرار باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{2}$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) صفر      ۳)  $\frac{3}{2}$       ۴) ۱

۲۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2)^2 \left[ \frac{3}{(x-2)^2} \right]$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است)

- ۱) ۱      ۲) -۲      ۳) ۳      ۴) صفر

۲۸- حاصل حد  $\frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^2 - x - 2}$  زمانی که  $x \rightarrow 2$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۱ (۳)      ۵ (۴)

۲۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{\sqrt[3]{3x-2} - \sqrt[3]{5x+2}}{x^2 + 5x + 6}$  کدام است؟

- $\frac{1}{6}$  (۱)       $-\frac{1}{6}$  (۲)       $-\frac{1}{3}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۴)

۳۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{x - \sqrt{x}}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      -۱ (۳)      صفر (۴)

۳۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}}{x^2 - x}$  کدام است؟

- ۱ (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)      -۱ (۳)      صفر (۴)

۳۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^6 + x^2 - 7x + 5}}{\sqrt[3]{x^7 + x^3 - 9x + 7}}$  کدام است؟

- $\sqrt[3]{4}$  (۱)       $\sqrt[3]{4}$  (۲)       $\sqrt[3]{3}$  (۳)      ۱ (۴)

۳۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^7 + x^5 + x^3 - 7x - 4}}{\sqrt[3]{x^6 + 2x^4 - x^2 + 9x + 7}}$  کدام است؟

- $\sqrt[3]{4}$  (۱)       $-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$  (۲)       $\frac{-2}{\sqrt[3]{3}}$  (۳)      ۱ (۴)

۳۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + ax + b}{x^2 - 1} = 0$  باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟

۳ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 8$  باشد، مقدار  $3a - b$  کدام است؟

۱۹ (۴)

۲۱ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۳۶- مقدار  $b$  کدام باشد تا  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x^2 + ax + b} = -\infty$  برقرار باشد؟

(۴) مقدار  $b$  برای یافت نمیشود

(۳) -۴

(۲) ۴

(۱) صفر

۳۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax - a\sqrt{x}}{x^2 + x - 2} = 2$  باشد، در این صورت مقدار  $a$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

۳۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{(a-1)\sqrt{-x-3}}{(2+\sqrt[3]{x})^2} = +\infty$  حدود  $a$  کدام است؟

(۴)  $a > 2$

(۳)  $0 < a < 1$

(۲)  $0 < a < 2$

(۱)  $a > 1$

۳۹- فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+6x}-1}{a \sin 4x} = \frac{1}{6}$  مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

۴۰- حد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}+x-1}{\sqrt{4x-4}+x^2-1}$  وقتی  $x \rightarrow 1^+$  کدام است؟

(۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $\sqrt{2}$

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{1}{2}$



۴۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{\sin^2 x}$  کدام است؟

۱ (۲)  $\frac{1}{2}$       ۲ (۳)  $-\frac{1}{2}$       ۳ (۴) ۲

۴۲- اگر  $f(x) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x + 2}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$  کدام است؟

۱ (۱)  $-1$       ۲ (۲)  $-2$       ۳ (۳)  $2$       ۴ (۴)  $1$

۴۳- اگر  $f(x) = 2 - \sqrt{x^2 + 3}$  و  $g(x) = x^2 - x$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{1}{2}$       ۲ (۲)  $-1$       ۳ (۳)  $-\frac{1}{2}$       ۴ (۴)  $1$

۴۴- تابع  $f$  به ازای هر عدد  $x$  و  $k$  حقیقی در رابطه  $f(kx) = kf(x)$  صدق می‌کند و

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  در این صورت حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  کدام است؟

۱ (۱)  $f(1)$       ۲ (۲)  $2f(1)$       ۳ (۳)  $\frac{f(1)}{4}$       ۴ (۴)  $4f(1)$

۴۵- تابع  $f$  به ازای هر عدد  $a$  و  $b$  حقیقی در رابطه  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  صدق

می‌کند و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  در این صورت حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  کدام است؟

۱ (۱)  $f(1) + 2$       ۲ (۲)  $2f(1) - 5$       ۳ (۳)  $\frac{f(1)}{4}$       ۴ (۴)  $4f(1)$

۴۶- تابع  $f$  به ازای هر عدد  $a$  و  $k \neq 0$  حقیقی در رابطه‌ی  $f(a+k)=f(a)+k$  صدق می‌کند و  $f(2)=5$  در این صورت حاصل  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $f(1)$       (۲)  $2f(1)$       (۳)  $\frac{f(1)}{4}$       (۴)  $4f(1)$

۴۷- هرگاه تابع  $f(x)$  یک چند جمله‌ای درجه‌ی اول و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + f(x)}{x^2 - 4} = 3$  باشد،  $f(-1)$  کدام است؟

- (۱)  $-20$       (۲)  $8$       (۳)  $-10$       (۴)  $6$

۴۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]-1}{x^2-1}$  و  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1+\cos x}$  به ترتیب کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است)

- (۱)  $+\infty$ ،  $\frac{-1}{2}$       (۲) صفر،  $+\infty$   
 (۳)  $\frac{1}{2}$ ، صفر      (۴) وجود ندارد، وجود ندارد

۴۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^4 - 5x^2, & 5x > 3 \\ [x] + 2, & 2x < 1 \end{cases}$ ،  $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-6$       (۲)  $3$       (۳)  $2$       (۴)  $1$

۵۰- حد چپ تابع  $f(x) = \left[ \frac{x}{3} \right] - \left[ \frac{x}{4} \right] + \left[ \frac{x}{6} \right]$  در نقطه‌ای به طول  $x=12$  کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $-1$       (۳)  $2$       (۴)  $-2$

۵۱- اگر  $f(x) = x - [x]$  و  $g(x) = \begin{cases} -x & x > 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$  مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} fog$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} gof$  به ترتیب

کدام است؟

۱(۱) و صفر (۲) موجود نیست و صفر

۱(۳) و موجود نیست (۴) موجود نیست، موجود نیست

۵۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - [x]}{2 \cos x + [x]}$  کدام است؟

۱(۱)  $+\infty$  (۲)  $-1$  (۳)  $-\infty$  (۴) صفر

۵۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{[x]^2-9}$  و  $\lim_{x \rightarrow (0^-)} \frac{[x-1]}{[\sin x]}$  به ترتیب کدام است؟ ( [ ] براکت)

۱(۱)  $\frac{1}{6}$  و  $+\infty$  (۲)  $6$ ،  $-\infty$ ۳(۳) صفر،  $-\infty$  (۴) موجود نیست، ۲

۵۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x + [-\sin^2 x]}{\sin^2 x + [\sin^2 x]}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

۱(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-2$  (۳) ۲ (۴)  $\infty$ 

۵۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} [2 \cos x - 1]$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} (\tan^3 x) \left[ \frac{1}{2 \tan^4 x} \right]$  به ترتیب کدام است؟

۱(۱) صفر، وجود ندارد (۲) ۳، ۱ (۳) وجود ندارد، صفر (۴)  $-1$ ،  $\frac{3}{8}$

۵۶- اگر قدر مطلق تفاضل حد چپ و راست تابع  $f(x) = a[x] + \frac{b \sin x}{|x|}$  در  $x=0$  برابر

۲ باشد آنگاه حاصل  $1-2a+4b$  کدام می تواند باشد؟ [ ] (علامت جزء صحیح است)

- (۱) ۲ (۲)  $-2$  (۳) ۵ (۴)  $-5$

۵۷- تابع  $f(x) = a[\sin x] + [\tan x]$  در  $x = \pi$  دارای حد است، مقدار  $a$ ؟ [ ] (براکت)

- (۱)  $-1$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴)  $a$  هیچ مقداری نمی تواند باشد

۵۸- اگر  $f(x) = \frac{1}{[x]}$ ،  $g(x) = \sin \frac{1}{x} - \frac{1}{[x]}$ ،  $h(x) = f(x) + g(x)$  باشد حاصل

$\lim_{x \rightarrow 0^+} xh(x)$  کدام است؟ [ ] (علامت جزء صحیح است).

- (۱) ۱ (۲) موجود نیست (۳) صفر (۴) عددی است بین  $-1$  و ۱

۵۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{4x^2 - 2x}{2x[\frac{1}{x}] - 1}$  و  $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x| + [x + \frac{\sqrt{3}}{2}]$  به ترتیب کدام است؟ [ ]

(علامت جزء صحیح است)

- (۱)  $6, 1$  (۲)  $5, -\frac{1}{2}$  (۳)  $7, \frac{1}{2}$  (۴)  $4, -1$

۶۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x (\frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]))$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]] \sin \frac{1}{x}$  به ترتیب کدام است؟ [ ]

(علامت جزء صحیح است)

- (۱)  $-1, 1$  (۲)  $1, -1$  (۳) صفر، صفر (۴) موجود نیست، وجود ندارد

۶۱- اگر  $A = \lim_{x \rightarrow (\frac{-1}{11})^-} [-\frac{1}{x}]$  و  $B = \lim_{x \rightarrow (\frac{-1}{11})^+} [\frac{1}{x}]$  آنگاه حاصل  $A-B$  کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۶۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow n} \cos(\pi(x - [x]))$  و  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{[x]+2}{x+2}$  به ترتیب کدام است؟  
 $n \in \mathbb{Z}$  و [ ] علامت جزء صحیح است.

(۱) صفر، صفر (۲) ۱، ۱ (۳)  $-\infty$ ،  $-1$  (۴)  $+\infty$  وجود ندارد

۶۳- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin|x|}{|x|} \right]$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است

(۱) ۱ (۲) موجود نیست (۳)  $-1$  (۴) صفر

۶۴- اگر  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{4x+1}{2x-1} \right]$  و  $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{4e^{-x}+1}{2e^{-x}-1} \right]$  حاصل  $A+B$  کدام است؟  
 [ ] علامت جزء صحیح است

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) ۳

۶۵- اگر  $f(x) = [x^2]$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (f \circ g)(-x)$  کدام است؟  
 [ ] نماد جزء صحیح است

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)  $-1$

۶۶- اگر  $f(x) = \cos x$ ، حد راست [f o f] در نقطه  $\frac{\pi}{4}$  کدام است؟ [ ] براکت

(۱)  $-1$  (۲) ۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۶۷- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2b \sin x} & , x < 0 \\ \sqrt{1 - \cos x} & \\ a + b[x-1] & , x > 0 \end{cases}$  در  $x=0$  حد داشته باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است

(۱)  $3b$  (۲)  $b$  (۳)  $-4b$  (۴) صفر

۶۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos^2 x}{\tan x}$  و  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x + 1}{\cot x + 1}$  به ترتیب، کدام است؟

(۱) صفر، ۱ (۲)  $-1, -\infty$  (۳)  $-\sqrt{2}, 1$  (۴)  $\sqrt{2}, +\infty$

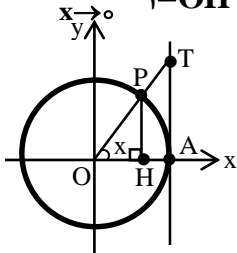
۶۹- حد کسر  $\frac{x(1-\cos^2 x)}{\sin^2 x(\cos x - 1)}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $-2$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۷۰- حد کسر  $\frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{\sin^3 x}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $-4$  (۴)  $-2$

۷۱- اگر در شکل مقابل دایره به شعاع واحد باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\operatorname{AT})(\operatorname{PH})}{1 - \operatorname{OH}}$  کدام است؟



(۲) صفر

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

(۳) ۱

۷۲- اگر  $f(x) = \frac{fx \sin x}{1 - \cos x}$  و  $h(x) = [f(x)]$  باشند،  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$  کدام است؟ [ ]

(علامت جزء صحیح است)

(۴) حد ندارد

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۴

۷۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{\cos x + 1}{\sin x - 1}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - x^4}$  به ترتیب کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  ،  $+\infty$  (۲)  $-\infty$  ،  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $2$  ،  $\pi$  (۴) صفر، صفر

۷۴- به ازای کدام مقدار  $k$  حد تابع  $f(x) = \frac{\sin x - \tan x}{kx \sin^2 x}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  برابر ۲ است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۷۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos \pi x}{x^2}$  کدام است؟

- (۱)  $\pi^2 + 4$  (۲)  $\frac{\pi^2}{2} + 2$  (۳)  $\pi^2 + 1$  (۴)  $\frac{\pi^2 + 1}{2}$

۷۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan x}{1 + \tan^3 x}$  کدام است؟

- (۱) وجود ندارد. (۲) وجود ندارد. (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۷۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos x}}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x}$  به ترتیب کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$ ، وجود ندارد (۲)  $\sqrt{2}$ ، وجود ندارد

- (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ،  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ،  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۷۸- حد تابع  $y = x \cos \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\cos 2x}{2}$  وقتی  $x \rightarrow 0^+$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) صفر

۷۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} |\cot x| = A$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{\sin 2x} = B$  مقدار  $A+B$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۸۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۸۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sqrt[3]{1+\sin x} - \sqrt[3]{1-\sin x}}$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۸۲- حاصل حد  $\frac{\tan^4 x}{\sqrt{1-\cos 4x}}$  زمانی که  $x \rightarrow 0^+$  کدام است؟

(۱)  $-\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $-2\sqrt{2}$

۸۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x - \cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴



۸۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\cos x + 1}{[\sin x - 1]}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح)

- (۱)  $+\infty$       (۲)  $-1$       (۳)  $-\infty$       (۴)  $1$

۸۵- مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x-1}$  چقدر است؟

- (۱) صفر      (۲)  $1$       (۳) نامعلوم      (۴)  $\infty$

۸۶-  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{1 - \cos 2x}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  برابر است با:

- (۱)  $-1$       (۲) صفر      (۳)  $1$       (۴) حد ندارد

۸۷- اختلاف حد چپ و راست تابع  $y = \frac{5}{2 + 4 \tan x}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$  چقدر است؟

- (۱) صفر      (۲)  $1$       (۳)  $\frac{5}{2}$       (۴)  $\frac{2}{2}$

۸۸- در بازه‌ی  $[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$  (به غیر از  $x=2$ ) همواره  $\frac{\tan \pi x}{2-x} \leq f(x) \leq g(x)$  و

$\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{\tan \pi x}{2-x} - g(x)) = 0$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-\pi$       (۲)  $\frac{\pi}{2}$       (۳)  $\pi$       (۴) صفر

۸۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{2 - \sqrt{4-x^2}}$  کدام است؟

- (۱)  $8$       (۲)  $12$       (۳)  $16$       (۴)  $18$

۹۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^-}{2}} \frac{\cos x}{\left| \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right|}$  کدام است؟

(۱)  $\infty$  (۲) صفر (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

۹۱- حد تابع با ضابطه  $F(x) = \frac{2\sin x - \sin 2x}{3\tan^3 x}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{-2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۹۲- مقدار  $\lim_{t \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 t}{1 + \cos^3 t}$  برابر است با:

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۱ (۴) صفر

۹۳- حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - x \sin x}{x^4}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲) صفر (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۹۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۹۵- حد راست تابع  $f(x) = \frac{|1-x^2|}{\sin \pi x}$  در  $x=1$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{\pi}$  (۲)  $-\frac{2}{\pi}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

۹۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\cos x}}{2x^2} = -1$  باشد، آنگاه  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $-2\sqrt{2}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

۹۷- اگر  $f(x) = \frac{\tan x}{\cot x}$  و  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + \sqrt{x^3 + \sqrt{x^4}}}}{\sqrt{x^3 + \sqrt{x^4 + \sqrt{x^5}}}}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} (g \circ f)(x)$  کدام است؟

- (۱)  $+\infty$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) صفر

۹۸- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + \sqrt{3x^4 + \sqrt{x^8}}}}{|x-2|}$ ، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $+\infty$  (۲)  $-\infty$  (۳)  $-2$  (۴) ۲

۹۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 5\sqrt{x^3}}{x - 2x\sqrt{x} + 2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{-3}{2}$  (۳)  $-4$  (۴) صفر

۱۰۰- هرگاه  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x - 1} + ax + b = 2$  باشد،  $a-b$  کدام است؟

- (۱)  $-1$  (۲) ۱ (۳)  $-2$  (۴) صفر

۱۰۱- اگر  $f(x) = (\sqrt{x} - \sqrt{x} - \sqrt{x + \sqrt{x}})$  و  $g(x) = (\sqrt{x} + \sqrt{x} - \sqrt{x})$  حاصل

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g}(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $-1$  (۳) ۲ (۴)  $-2$

۱۰۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+6x-1} - \sqrt[3]{x^3-3x+2x})$  کدام است؟

- (۱) -۲      (۲) ۴      (۳)  $-\infty$       (۴) -۳

۱۰۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2+4x+3} - \sqrt[3]{8x^3-24x+12})$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) ۳

۱۰۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{x+2}{x^2+x} - \frac{3x-4}{x^2-2x})$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$       (۲) صفر      (۳) موجود نیست      (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۰۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{x^2+1}{x+1} + mx+n) = 1$ ، آنگاه مقدار  $n-m$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۰۶- اگر  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$  و  $g(x) = \frac{3x-1}{x+4}$  باشد، آن گاه حد  $f(g(x))$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۲۷      (۳) -۲۷      (۴) -۴

۱۰۷- اگر  $f(x) = \frac{1}{x} + [x]$  و  $g(x) = \frac{x - \sqrt{4x^2+5x}}{3x + \sqrt{x}}$  آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) -۱      (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $-\frac{1}{3}$

۱۰۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \left( \frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{2}$       (۴) صفر

۱۰۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲) ۶      (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴) ۳

۱۱۰- اگر  $f(x) = (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$  و  $g(x) = \sqrt{x+2}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \cdot f)(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $+\infty$       (۳)  $-\infty$       (۴) صفر

۱۱۱- اگر  $f(x) = (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f}{g}(x)$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳)  $+\infty$       (۴) صفر

۱۱۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 1 \right)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴) صفر

۱۱۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - x \right)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) -۱      (۳)  $+\infty$       (۴) صفر

۱۱۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - x^2)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $-\infty$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴) صفر

۱۱۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2^x \sqrt{2^x+2} - 2^x)$  کدام است؟

$$1) \quad -\infty \quad (2) \quad \frac{5}{2} \quad (3) \quad 4) \quad \text{صفر}$$

۱۱۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^5 + x^{b-4} + 5}{(k+5)x^3 + 4} = 2$  آنگاه  $(a-b-k)$  کدام است؟

$$1) \quad \frac{-1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{-1}{2} \quad (4) \quad \frac{1}{4}$$

۱۱۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+b)x^3 + 4x^n - x + 1}{bx^2 + \sqrt{x+1}} = 2$  باشد؛ مقدار  $\frac{a-2b}{n}$  کدام است؟

$$1) \quad 2 \quad (2) \quad -2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad -3$$

۱۱۸- حد کسر  $\frac{\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x+4} - \sqrt[3]{x+1}}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

$$1) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{-2}{3} \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4) \quad \frac{2}{5}$$

۱۱۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ \frac{1}{x} \right]$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left[ \frac{1}{x} \right]$  به ترتیب کدام است؟ [ ] علامت جزء صحیح

(است)

$$1) \quad \text{صفر، ۱} \quad (2) \quad \text{صفر، ۱} \quad (3) \quad +\infty, +\infty \quad (4) \quad \text{حد ندارد، ۱}$$

۱۲۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left( \frac{1}{x^2 + 2x - 3} + \frac{2}{x+3} \right)$  کدام است؟

$$1) \quad 1 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad +\infty \quad (4) \quad -\infty$$

۱۲۱- حاصل حد تابع  $y = \frac{(2x+3)^3 - 8(x-1)^3}{(2x+1)^2 + 2(x-1)^2}$  وقتی  $x \rightarrow \infty$  کدام است؟

$$1) \quad \frac{4}{3} \quad (2) \quad \frac{-2}{3} \quad (3) \quad \infty \quad (4) \quad \text{صفر}$$

۱۲۲- اگر  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  و  $g(x) = \frac{4}{x^2-4}$  باشند. حدهای  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

و حد  $\lim_{x \rightarrow 2} (f-g)(x)$  .....  
 $x \rightarrow 2$

(۱) وجود دارند. وجود ندارد (۲) وجود ندارند. وجود ندارد

(۳) وجود ندارند. برابر  $\frac{1}{4}$  است. (۴) وجود ندارند. برابر با  $-\frac{1}{4}$  است.

۱۲۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+3x}}{\sqrt[3]{x^2+x}}$  کدام است؟

(۱)  $-\infty$  (۲)  $+\infty$  (۳) ۲ (۴) -۲

۱۲۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x})$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴) صفر

۱۲۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x+2})^{5x+8}$  کدام است؟

(۱)  $e$  (۲)  $e^5$  (۳)  $e^{13}$  (۴)  $e^{\frac{13}{2}}$

۱۲۶- اگر حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x+c}{x-c})^{2x+3} = e^{12}$  مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{c}{x})^x$  کدام است؟

(۱)  $e$  (۲)  $e^3$  (۳)  $e^4$  (۴) ۱

۱۲۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt[3]{x-\sqrt{9x+1}}} = k$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x+k}{x-k})^{kx}$  کدام است؟

(۱)  $e^3$  (۲)  $e^{18}$  (۳)  $e^{-3}$  (۴)  $e^{-18}$

۱۲۸- اگر  $f$  تابعی کراندار با دامنه  $R$  باشد و در هیچ نقطه ای حد نداشته باشد تابع  $y=(x^2 - \cos x)f(x)$  در چند نقطه ی حقیقی دارای حد است؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

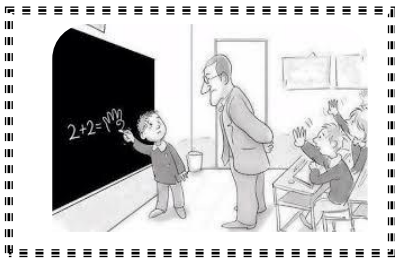
۱۲۹- اگر به ازای هر  $x$  ،  $\left|f(x) + \left[-3 \cdot x^2\right]\right| \leq \left(x + \frac{1}{5}\right)^2$  باشد، آنگاه مقدار

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-1}{5}\right)^-} \frac{1}{f(x)}$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۱۳۰- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x + 3} \right]$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.




---



---



---



---



مجانِب (۱)

## تست های تکمیلی مجانب قائم افقی

۱- تابع به معادله‌ی  $f(x) = \frac{2x + \sqrt{4-x^2}}{x+1}$  چند مجانب افقی دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴ صفر

۲- در تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$  سطح مستطیل محصور به خطوط مجانب تابع  $f^{-1}$  چقدر است؟

- (۱) ۶      (۲) ۴      (۳) ۸      (۴) ۱۲

۳- نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{x-2}{|x|-1}$  چند مجانب دارد؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۱

۴- اگر نقطه‌ی  $A(2,3)$  مختصات محل برخورد مجانب‌های منحنی تابع  $y = \frac{ax+3}{2x+b}$  باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

- (۱) -۳      (۲) ۲      (۳) -۲      (۴) ۴

۵- اگر مجانب‌های تابع  $f(x) = \frac{ax-2}{x+b}$ ،  $y=5$  و  $x=-3$  باشند و  $x=\alpha$  و  $y=\beta$  مجانب‌های تابع  $y=f^{-1}(x)$  باشند، کدام است  $\alpha+\beta$ ؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) -۱

۶- به ازای کدام مقدار  $a$ ، مجانب‌های منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{ax-1}{x-a^2}$  بر روی نیمساز ربع اول و سوم متقاطع اند؟

- (۱) ۱ و صفر      (۲) ۱      (۳) -۱      (۴) صفر

۷- تابع  $f(x) = \frac{x-a}{x^2+x-3a}$  با شرط  $f(2) = \frac{1}{5}$  هموگرافیک است. معادله‌ی مجانب قائم تابع  $y=f^{-1}(x)$  کدام است؟

- (۱)  $x=6$       (۲)  $x=-3$       (۳)  $x=0$       (۴)  $x=-1$

۸- اگر خطوط با معادلات  $x=2$  و  $y=-x+3$  به ترتیب مجانب قائم و محور تقارن یک تابع هموگرافیک باشند، آنگاه مرکز تقارن این تابع روی کدام یک از خطوط زیر قرار دارد؟

- (۱)  $y=x-1$       (۲)  $y=x+1$       (۳)  $y=-x-1$       (۴)  $y=-x+1$

۹- محل تلاقی منحنی تابع  $y = \frac{x^2+2x-3}{x^2+x+1}$  با مجانب آن در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۱۰- منحنی تابع  $y = \frac{-x^2+2x+3}{x^2+x+1}$  مجانب خود را در کدام ناحیه قطع می کند؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۱۱- محل تلاقی منحنی تابع  $y = \frac{4x^2+3x+4}{2x^2+x+1}$  با مجانب آن در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۱۲- نمودار تابع  $y = \frac{4x^3+4}{x^2|x|-1}$  چند مجانب دارد؟

- (۱) ۲      (۲) ۴      (۳) ۳      (۴) ۱

۱۳- اگر  $y=1$  مجانب افقی  $y = \frac{ax^3+1}{2x^3+a-18}$  باشد، مجانب قائم تابع کدام است؟

- (۱)  $x=2$       (۲)  $x=1$       (۳)  $x=-2$       (۴)  $x=-1$



۲۱- اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد مجانب‌های قائم توابع  $y_1 = \frac{\cos x}{2x - \pi}$  و  $y_2 = \frac{\sin x}{x^2}$

باشند، حاصل  $2m+n$  کدام است؟

۱) ۲      ۲) ۱      ۳) ۳      ۴) صفر

۲۲- تابع  $y = \frac{\cot x}{1 - \sin x}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند مجانب دارد؟

۱) ۱      ۲) ۳      ۳) ۲      ۴) ۴

۲۳- تابع  $y = \frac{\tan x}{x^3 - 4x}$  در بازه‌ی  $(-4, +4)$  چند مجانب قائم دارد؟

۱) ۱      ۲) ۳      ۳) ۲      ۴) ۴

۲۴- اگر تابع  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + ax + 1}$  فقط یک مجانب داشته باشد، منحنی

$y = (a-2)x^2 + x + (a+2)$  الزاماً از چند ناحیه عبور می‌کند؟

۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴



## مجانِب (۲) تست های تکمیلی مجانب مایل

۱- تابع با ضابطه  $f(x) = |2x+1| + \frac{1}{x}$  چند خط مجانب دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۳      (۳) فاقد مجانب      (۴) ۲

۲- مساحت ناحیه‌ی محدود به مجانب‌های منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x^2 + 2|x|}{x+1}$  و محور  $y$  ها کدام است؟

- (۱) ۴      (۲)  $\frac{8}{3}$       (۳) ۶      (۴)  $\frac{14}{3}$

۳- اگر خط  $x=1$  مجانب قائم تابع  $y = \frac{ax^2 + 2x - 1}{(a+1)x + 2}$  باشد، معادله‌ی مجانب مایل تابع کدام است؟

(۱)  $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$       (۲)  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

(۳)  $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$       (۴)  $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

۴- مجانبهای تابع  $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + x - 1}{x^2 - 1}$  در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  متقاطع هستند. مجموع عرض‌های دو نقطه برابر است با؟

- (۱) ۵      (۲) -۵      (۳) ۶      (۴) -۶

۵- مجانب‌های تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 1}{x^2 - 3}$  در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  متقاطع‌اند. طول پاره خط  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{30}$       (۲)  $2\sqrt{15}$       (۳)  $4\sqrt{3}$       (۴)  $2\sqrt{6}$

۶- نمودار تابع  $y = \frac{x^2 + x^3 - 2x + 2}{x^2 + 1}$  مجانب خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) یک نقطه      (۲) دو نقطه      (۳) سه نقطه      (۴) قطع نمی‌کند.

۷- زاویه بین دو مجانب مایل  $y = \frac{x^2}{\sqrt{3x^2 - 1}}$  چقدر است؟

- (۱)  $30^\circ$       (۲)  $90^\circ$       (۳)  $120^\circ$       (۴)  $60^\circ$

۸- فاصله ی محل تلاقی مجانب های مایل، منحنی  $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$  از خط مجانب قائم آن چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{5}{3}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

۹- اگر  $y = 3$  مجانب تابع  $y = 2x + b + \sqrt{ax^2 - 6x - 4}$  باشد. مجانب دیگر آن کدام است؟

(۱)  $y = 4x - 3$       (۲)  $y = 4x$

(۳)  $y = -3$       (۴)  $y = 4x + 6$

۱۰- دو مجانب تابع  $y = 2x(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$  از یکدیگر به چه فاصله ای هستند؟

- (۱) ۴      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۱- نقطه تلاقی منحنی  $y = \frac{(x-1)^3}{x^2 + 4}$  با مجانب مایل آن  $A(\alpha, \beta)$  است. مقدار  $\alpha + \beta$  چقدر است؟

- (۱) ۱۹      (۲) ۱۳      (۳) ۱۴      (۴) ۱۷

۱۲- نقطه تلاقی مجانب های  $y = 2x - 4 + \frac{x^2 + 5}{(x-2)^2}$  تا مبدأ به چه فاصله ای است؟

(۱) ۲      (۲)  $\sqrt{5}$       (۳)  $\sqrt{3}$       (۴)  $\sqrt{7}$

۱۳- فاصله ی نقطه ی تلاقی مجانبهای منحنی به معادله ی  $y = \sqrt{4x^2 - 2x + 3}$  از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴- مساحت محصوربین مجانب های تابع  $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 9}$  بامحور های مختصات، کدام است؟

(۱) ۱۲      (۲) ۱۵      (۳) ۸      (۴) ۹

۱۵- تابع  $y = x + \frac{x + \sqrt{x^2 - 4x}}{x - 4}$  چند مجانب مایل دارد؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

۱۶- تابع  $f$  به معادله ی  $f(x) = |x| - \sqrt{x^2 - |x|}$  چند مجانب دارد؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) مجانب ندارد.



تست های تکمیلی پیوستگی

۱- بازه‌ی پیوستگی تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$  کدام است؟

- (۱)  $R - (-2, 1)$     (۲)  $R - [-2, 1)$     (۳)  $[-2, 1]$     (۴)  $(-2, 1]$

۲- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{2x-3}{(x^2-9)(x-2)}$  در کدام یک از نقاط زیر پیوسته است؟

- (۱) -۳    (۲) ۲    (۳) ۳    (۴) ۹

۳- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{2}{x\sqrt{9-x^2}}$  در چند نقطه با طول طبیعی پیوسته است؟

- (۱) ۲    (۲) ۳    (۳) ۴    (۴) بی‌شمار

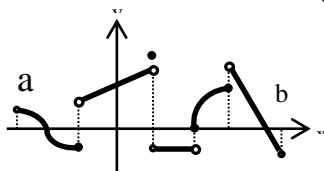
۴- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$  در کدام فاصله پیوسته است؟

- (۱)  $(-1, 1)$     (۲) فقط  $(-1, 0)$     (۳) فقط  $(0, 1)$     (۴)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

۵- تابع  $f(x) = \frac{1}{x+5}$  مفروض است. تابع  $f \circ f(x)$  در چند نقطه ناپیوسته است؟

- (۱) ۱    (۲) ۳    (۳) ۲    (۴) ۴

۶- نمودار تابع  $f$  در بازه‌ی  $(a, b)$  به صورت روبه‌رو است. این تابع در چند نقطه پیوستگی چپ دارد، ولی ناپیوسته است؟



- (۱) صفر    (۲) ۱  
(۳) ۲    (۴) ۷۳



۷- کدام تابع در  $X=0$  پیوسته است؟

$$y = \sqrt{x - [x]} \quad (1)$$

$$y = [x] + [-x] \quad (2)$$

$$y = [x] - [-x] \quad (3)$$

$$y = \sin \pi(x - [x]) \quad (4)$$

۸- تابع  $y = [\sin x]$  را روی  $R$  در نظر بگیرید. این تابع در چند نقطه از بازه  $[0, \frac{2\pi}{3}]$

ناپیوسته است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 93 \quad (4)$$

۹- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\tan x}{2\cos x - \sqrt{2}}$  در بازه  $(0, 2\pi)$  دارای چند نقطه‌ی

ناپیوستگی است؟

$$1 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

۱۰- تابع به معادله  $y = \sqrt{1 - 2\sin x}$  در کدام یک از بازه‌های زیر پیوسته است؟

$$[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}] \quad (1) \quad [\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}] \quad (2) \quad [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad (3) \quad [\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}] \quad (4)$$

۱۱- فرض کنیم  $f(x) = \sqrt{x-1} : x \geq 1$  در این صورت تابع  $f(\tan x)$  در کدام فاصله

پیوسته است؟

$$[0, \frac{\pi}{4}] \quad (1) \quad [0, \frac{\pi}{2}] \quad (2) \quad [\frac{\pi}{4}, \pi] \quad (3) \quad [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \quad (4)$$

۱۲- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & |x| \leq 2 \\ ax + 5 & x > 2 \\ bx + 6 & x < -2 \end{cases}$  روی  $R$  پیوسته باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad -\frac{1}{2} \quad (4)$$

۱۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x[x]}{|x|}, & x \neq 0 \\ a-3, & x=0 \end{cases}$  در نقطه  $x=0$  پیوستگی چپ داشته باشند،  $a$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۴ (۱)      ۳ (۲)      ۳ (۳)      ۲ (۴)

۱۴- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax, & x < 3 \\ x-2, & 3 \leq x \leq 5 \\ bx+2, & x > 5 \end{cases}$  مفروض است. اگر  $f(x)$  در فاصله  $(-\infty, +\infty)$  پیوسته باشد،  $a-b$  برابر است با؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۵- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} (a^2-1)x^2-3 & x < 1 \\ 2a-x & x = 1 \\ x^3-3x+a & x > 1 \end{cases}$  در  $x=1$  فقط از یک طرف پیوسته باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱) فقط  $a = -1$  (۲) فقط  $a = 3$  (۳)  $a = -1$  (۳) ،  $a = 3$  (۴)  $a = 1$  ،  $a = -3$

۱۶- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد پیوستگی تابع همواره درست است؟

۱) اگر توابع  $f$  و  $g$  در  $x_0$  ناپیوسته باشند، تابع  $f+g$  در  $x_0$  ناپیوسته است.

۲) اگر توابع  $f$  و  $g$  در  $x_0$  ناپیوسته باشند، تابع  $f.g$  در  $x_0$  ناپیوسته است.

۳) اگر تابع  $f$  در  $x_0$  پیوسته و  $g$  در  $x_0$  ناپیوسته باشد، تابع  $f+g$  در  $x_0$  ناپیوسته است.

۴) اگر تابع  $f$  در  $x_0$  پیوسته و  $g$  در  $x_0$  ناپیوسته باشد، تابع  $f.g$  در  $x_0$  ناپیوسته است.

$$17- \text{تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{x-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} & ; x \neq 1 \\ ax^2 - ax + 2 & ; x = 1 \end{cases}$$

به ازای چه مقدار  $a$  در  $x=1$  پیوسته است؟

(۱) هر مقدار  $a$  (۲) هیچ مقدار  $a$  (۳) ۲ (۴) هیچ مقدار  $a$

$$18- \text{به ازای کدام مقدار } C \text{ تابع } f(x) = \begin{cases} \tan x - \frac{1}{\cos x} & x \neq \frac{\pi}{2} \\ c & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

در بازه  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  پیوسته است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۱۹- چند تا از عبارات زیر صحیح است؟

الف) اگر  $f$  بر  $[a, b]$  و بر  $[b, c]$  پیوسته باشد آنگاه  $f$  در  $[a, c]$  پیوسته است.

ب) اگر  $|f|$  در  $a$  پیوسته باشد تابع  $f$  هم در  $a$  پیوسته است.

ج) اگر  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته باشد در هر نقطه از این بازه پیوسته است.

د) اگر  $f$  بر  $[a, b]$  کراندار باشد در این بازه پیوسته است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

$$20- \text{تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} & x < 2 \\ [x] \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 3 & x \geq 2 \end{cases}$$

در  $x=2$  چگونه است؟

(۱) یک نقطه ی درونی و پیوسته است. (۲) یک نقطه ی انتهایی و ناپیوسته است.

(۳) یک نقطه ی انتهایی و پیوسته است. (۴) یک نقطه ی درونی و ناپیوسته است.

۲۱-  $f(1)$  چقدر تعریف شده باشد تا، تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - x - 1}}{\sqrt{x - 1}}$  در  $x=1$  پیوسته شود؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲) ۱      (۳) ۲      (۴)  $\frac{4}{3}$

۲۲- در کدام تابع می توان با تغییر تعریف تابع در  $x=0$  ناپیوستگی تابع را رفع کرد؟

- (۱)  $y = x - [x]$       (۲)  $y = \frac{1}{x}$       (۳)  $y = \cos \frac{\pi[x]}{2}$       (۴)  $y = \frac{\sin x}{x}$

۲۳- پیوستگی تابع  $y = [x^2] + [-3x]$  در  $x=1$  چگونه است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح)

(۱) پیوسته است.      (۲) ناپیوسته است.

(۳) از راست پیوسته است.      (۴) از چپ پیوسته است.

۲۴- مقدار  $a$  برای این که تابع  $f(x) = [x] + \sqrt{ax - [x]}$  در  $x=1$  پیوسته باشد، کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است)

- (۱)  $\frac{4}{3}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴) ۱

۲۵- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & |x| < 2 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 1}, & |x| \geq 2 \end{cases}$  در  $\mathbf{R}$  پیوسته است.  $a-b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{1}{6}$

۲۶- هرگاه تابع  $f(x) = [(a+1)x^2 - 4x + b - 1]$  در  $x=2$  پیوسته باشد، مقدار

$2a - 3b$  برابر است با؟ ( [ ] نشانه‌ی جزء صحیح است)

- (۱) -۱۸      (۲) صفر      (۳) -۱۵      (۴) هیچ مقدار

۲۷- تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+ax+1}}{\sqrt{x^2-2x+a}}$  در  $\mathbf{R}$  پیوسته است. حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-2 < a < 1$       (۲)  $1 < a \leq 2$       (۳)  $1 \leq a < 2$       (۴)  $-2 < a < 2$

۲۸- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{a \tan x}{\sqrt{1-\cos 2x}}, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ b[-x^2], & x > 0 \end{cases}$  در  $x=0$  پیوسته باشد، مقدار  $a^2 - b$  کدام

است؟ [ ] نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۸      (۲) ۱۰      (۳) ۱۲      (۴) -۸

۲۹- تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{x}}}{\sqrt{4x-x^2}}$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته است، بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۴

۳۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} -2x, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$  باشد، کدام تابع زیر در  $x=0$  ناپیوسته است؟

- (۱)  $f+g$       (۲)  $f \times g$       (۳)  $f \circ g$       (۴)  $g \circ f$

۳۱- تعداد نقاط ناپیوستگی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}, & |x| \leq 1 \\ \frac{x+2}{x^2-4|x|+3}, & |x| > 1 \end{cases}$  کدام

است؟

- (۱) ۲      (۲) ۴      (۳) صفر      (۴) ۳

۳۲- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{1}{3x^2 + ax + a - 3}$ ، همواره پیوسته است؟

- (۱)  $\{1, 3\}$       (۲)  $\{6\}$       (۳)  $\phi$       (۴)  $\mathbb{R}$

۳۳- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} [x+1] \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  در  $x=0$  ..... .

(۱) فقط از راست پیوسته است      (۲) فقط از چپ پیوسته است.

(۳) حد ندارد، ولی از راست پیوسته است.      (۴) حد دارد، ولی پیوسته نیست.

۳۴- تابع  $y = [x] - \left[\frac{x}{4}\right]$  در  $x=8$  چه وضعی دارد؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

(۱) فقط پیوستگی راست دارد.      (۲) فقط پیوستگی چپ دارد.

(۳) پیوسته است.      (۴) نه پیوستگی راست و نه پیوستگی چپ دارد.

۳۵- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \left[\frac{x+2}{3}\right] - \left[\frac{x}{2}\right]$  در  $x=4$  .....

(۱) فقط پیوستگی راست دارد      (۲) فقط پیوستگی چپ دارد.

(۳) پیوسته است.      (۴) حد دارد، ولی پیوسته نیست.

۳۶- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \left[\frac{x+1}{3}\right] \left[\frac{x}{2}\right]$  در  $x=2$  ..... ( [ ] نماد جزء صحیح است)

(۱) فقط از راست پیوسته است.      (۲) فقط از چپ پیوسته است.

(۳) پیوسته است.      (۴) حد دارد، ولی پیوسته نیست.

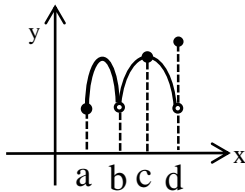
۳۷- تابع  $f(x) = \frac{[\sqrt{x}] + 2}{[-\sqrt{x}] - 2}$  در کدام یک از نقاط زیر پیوسته است؟ [ ] علامت جزء صحیح است)

- (۱)  $x=4$       (۲)  $x=5$       (۳)  $x=9$       (۴)  $x=1$

۳۸- تابع  $y = [x] - \sin \frac{\pi[x]}{2} + \cos \frac{\pi[x]}{2}$  در بازه  $(0, 4)$  چند نقطه ناپیوستگی دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) هیچ

۳۹- نمودار تابع  $f$  در شکل روبرو داده شده است. تابع  $f$  از لحاظ پیوستگی در نقاط  $a, b, c, d$  به ترتیب چگونه است؟



- (۱) پیوسته - ناپیوسته - ناپیوسته - ناپیوسته  
 (۲) پیوسته - ناپیوسته - پیوسته - ناپیوسته  
 (۳) پیوسته - بررسی نمی شود - پیوسته - ناپیوسته  
 (۴) ناپیوسته - ناپیوسته - پیوسته - ناپیوسته

۴۰- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 9|}{x - 3} + ax + 5; & x \neq 3 \\ 2; & x = 3 \end{cases}$  در  $x=3$  پیوسته

۴۱- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع به معادله  $f(x) = [x] + a[x]^2$  در  $x=2$  پیوسته است؟ [ ] علامت جزء صحیح است)

است. حاصل  $2a + 3b$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) ۵

- (۱) ۳      (۲) -۳      (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $-\frac{1}{3}$

۴۲- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \frac{\pi}{x}}{x^2 - 1} & |x| > 2 \\ ax + b & |x| \leq 2 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد،  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳)  $\frac{1}{6}$       (۴) ۶

۴۳- می‌خواهیم تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x}$  در نقطه‌ی  $x = \pi$  از چپ پیوسته باشد. مقدار  $f(\pi)$  را چه عددی اختیار کنیم؟

- (۱)  $\sqrt{2}$       (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۳)  $-\sqrt{2}$       (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۴-  $f(x) = \begin{cases} |3-x|, & x > 1 \\ |x-3|, & x < 1 \end{cases}$  مفروض است.  $f(1)$  چه مقدار تعریف شود تا تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x=1$  از چپ پیوسته باشد،  $[ \quad ]$  علامت جزء صحیح است.

- (۱) -۳      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) -۲

۴۵- در تابع  $f(x) = \frac{2x - |x|}{\tan x}$  مقدار  $f(0)$  چقدر باشد، تا در  $x=0$  از چپ پیوسته باشد؟

- (۱) ۱      (۲) -۱      (۳) -۳      (۴) ۳\*

۴۶- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} & , x > 0 \\ a & , x = 0 \\ [x^3 - 1] + b & , x < 0 \end{cases}$  در  $x=0$  پیوسته باشد  $a-b$  کدام است؟  $[ \quad ]$  علامت جزء صحیح است.

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $-\sqrt{2}$



۴۷- کدام تابع زیر روی بازه‌ی  $[-1, 1]$  پیوسته است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است )

$$(1) f(x) = x - [x] \quad (2) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad (3) f(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \quad (4) f(x) = \cot x$$

۴۸- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x, & x > 1 \\ -3x^3, & -1 \leq x \leq 1 \\ x^4, & x < -1 \end{cases}$  از نظر پیوستگی در  $x = -1$  و  $x = 1$

به ترتیب چگونه است؟

(۱) از راست پیوسته - از چپ پیوسته

(۲) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

(۳) از چپ پیوسته - از چپ پیوسته

(۴) از راست پیوسته - از راست پیوسته

۴۹- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & x \notin Z \\ x^3 - x - 1 & x \in Z \end{cases}$  در چند نقطه با طول صحیح

پیوسته است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است )

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۵۰- تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2 - 7}, & x \geq 1 \\ [x] - 1, & -2 < x < 1 \\ \sqrt{-x - 2}, & x \leq -2 \end{cases}$  در چند نقطه ناپیوسته است؟

(۱) ۵      (۲) ۶      (۳) ۳      (۴) ۴

۵۱- اگر  $y = \sqrt{x-6} - 3\sqrt{10-x}$  تابع  $f^{-1}$  بر  $[a, b]$  پیوسته است. بیشترین مقدار  $b-a$  چقدر است؟

(۱) ۶      (۲) ۸      (۳) ۴      (۴) ۱۰



---

---

---

---



---

---

---

---



---

---

---

---

## تست های تکمیلی دنباله

۱- مجموع ۱۰۰ جمله ی اول دنباله ی  $a_n = (-1)^{n-1} \left[ \frac{n+1}{2} \right]$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است)

- ۱ (۱)      ۲ (-۱)      ۳ (صفر)      ۴ (۵۱)

۲- جمله ی عمومی دنباله ی ..... و ۱۹ و ۹ و ۵ و ۱ کدام می تواند باشد؟

۱ (۱)  $a_n = 4n - 3$       ۲ (۲)  $a_n = n^2 + n + 1$

۳ (۳)  $a_n = n^3 - 6n^2 + 15n - 9$       ۴ (۴)  $a_n = 5n - 4$

۳- دنباله ی  $\{a_n\}$  که جملات آن به صورت  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = 3^{-n} + a_n$  تعریف شده اند، چگونه دنباله ای است؟

۱ (۱) صعودی و کراندار      ۲ (۲) نزولی و کراندار

۳ (۳) نزولی و بی کران      ۴ (۴) صعودی و بی کران

۴- کدام یک از دنباله های زیر یکنوا و بی کران است؟

۱ (۱)  $\left\{ \frac{1}{n+5} \right\}$       ۲ (۲)  $\{\sqrt{n}\}$       ۳ (۳)  $\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$       ۴ (۴)  $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$

۵- کدام دنباله ی زیر، کراندار و غیر یکنوا است؟

۱ (۱)  $\left\{ \frac{n^2 + 2}{n+1} \right\}$       ۲ (۲)  $\{(-1)^n \cdot n\}$       ۳ (۳)  $\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$       ۴ (۴)  $\left\{ \frac{2}{n+3} \right\}$

۶- دنباله ی  $\{n\sqrt{n^2 + 2} - n\}$  همگرا به چه عددی است؟

- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲) ۱      ۳ (۳) ۲      ۴ (۴) واگراست

$$۷- دنباله‌ی  $a_n = \frac{2^n - (-3)^n}{4^n}$  دنباله‌ای است...$$

(۱) همگرا، یکنوا و کراندار (۲) یکنوا و بی‌کران

(۳) غیریکنوا و بی‌کران (۴) کراندار و غیر یکنوا

۸- کدام دنباله همگرا و کراندار ولی غیر یکنواست؟

$$(۱) u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \quad (۲) u_n = \cos\sqrt{n}$$

$$(۳) u_n = \frac{n^2+1}{n^2+2} \quad (۴) u_n = \frac{\sin(n)}{n+1}$$

$$۹- دو دنباله‌ی  $a_n = \frac{1+\cos(n\pi)}{2}$  و  $b_n = \begin{cases} \frac{\cos nx}{n}, & n=2k \\ n, & n=2k+1 \end{cases}$  را در نظر بگیرید$$

اگر  $c_n = a_n \times b_n$  در مورد دنباله‌ی  $\{c_n\}$  چه می‌توان گفت؟

(۱) همگرا - یکنوا (۲) همگرا - غیر یکنوا

(۳) واگرا - یکنوا (۴) واگرا - غیر یکنوا

۱۰- دنباله‌ی  $\left\{ \left[ \frac{2n-1}{n+2} \right] \right\}$  به چه عددی همگراست؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) واگراست

۱۱- دنباله‌ی  $a_n = \left[ \frac{3n+8}{n+3} \right]$  به کدام عدد همگراست؟ ( [ ]، علامت جزء صحیح است)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) واگراست

۱۲- اگر دنباله‌ی  $a_n = \begin{cases} \lfloor \frac{an+7}{n+2} \rfloor, & n=2k \\ 3, & n=2k-1 \end{cases}$  همگرا شود آن گاه؟ ( $k \in \mathbb{N}$  و  $[\ ]$  براکت)

(۱)  $3 < a < 4$  (۲)  $3 < a \leq 4$  (۳)  $3 \leq a \leq 4$  (۴)  $3 \leq a < 4$

۱۳- اگر  $a_n = \sqrt{4n^2 + 2n}$  و  $b_n = 2\sqrt{n^2 - n}$  دنباله‌های  $\frac{a_n}{b_n}$  و  $a_n - b_n$ ، به ترتیب

به کدام اعداد همگرا هستند؟

(۱)  $1$  و  $\frac{3}{2}$  (۲)  $2$  و صفر

(۳)  $2$  و  $\frac{3}{2}$  (۴)  $1$  و  $-\frac{1}{2}$

۱۴- اگر دنباله  $\{a_n\}$  همگرا به عدد مثبت  $L$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) بیشمار جمله از جملات دنباله مثبت می‌باشند.

(۲) تعداد متناهی از جملات دنباله عددی مثبت می‌باشند.

(۳) تمام جملات دنباله، اعداد مثبت می‌باشند.

(۴) تمام جملات دنباله غیر منفی هستند.

۱۵- اگر  $a_n = n^2 (\cos \frac{3}{n} - \cos \frac{2}{n})$ ، مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  چه عددی است؟

(۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $-\frac{5}{2}$

۱۶- دنباله‌ی  $a_n = \frac{2+4+6+\dots+2n}{n} - \frac{n}{2}$  به کدام عدد همگراست؟

(۱)  $1$  (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۷- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) هر دنباله همگرا با جملات گویا دارای حد گویاست.

(۲) اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$  و  $L > 0$  آنگاه  $a_n \geq 0$ .

(۳) نمی توان دنباله ای با جملات گنگ پیدا کرد که حد گویا داشته باشد.

(۴) اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$  و  $a_n > 0$  آنگاه  $L \geq 0$ .

۱۸- کدام دنباله واگراست؟  $\{ \quad \}$ ، علامت جزء صحیح است)

$$(۱) \left\{ \frac{n + \sin n}{n - \sin n} \right\} \quad (۲) \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{2}(n+1)\right) \right\} \quad (۳) \left\{ (-1)^{2n-1} (n^2) \right\} \quad (۴) \left\{ \left[ 1 - \frac{(-1)^n}{n} \right] \right\}$$

۱۹- اگر  $a_n = \sqrt{n^2 + n}$  و  $b_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ ، دو دنباله ای  $\{a_n - b_n\}$  و  $\frac{a_n}{b_n}$  به ترتیب

چگونه اند؟

(۱) همگرا - همگرا (۲) همگرا - واگرا (۳) واگرا - همگرا (۴) واگرا - واگرا

۲۰- دنباله ای  $\left\{ 1 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}$  کدامیک از خواص زیر را ندارد؟

(۱) یکنوا (۲) کراندار از بالا (۳) کراندار از پایین (۴) همگرا

۲۱- کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

(۱) هر دنباله ای کراندار همگراست (۲) هر دنباله ای کراندار یکنواست

(۳) هر دنباله ای صعودی و از بالا کراندار همگراست (۴) هر دنباله ای نزولی و از بالا کراندار همگراست

۲۲- هرگاه دنباله‌ی  $a_n = (|x| - 1)^n$  همگرا و نزولی باشد، حدود  $x$  شامل چند عدد صحیح است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۲۳- دنباله‌ی  $\{n - \sqrt{n^2 + a^2}\}$  در حالت کلی، کدامیک از ویژگی‌های زیر را دارد؟ (a) عددی ثابت است

(۱) صعودی است

(۲) نزولی است

(۳) به ازای  $|a| < 1$  نزولی و به ازای  $|a| \geq 1$  صعودی است(۴) به ازای  $|a| < 1$  صعودی و به ازای  $|a| < 1$  نزولی است

۲۴- دنباله‌ی  $\left\{\frac{n \cos(n\pi)}{2n+1}\right\}$ ، کدامیک از ویژگی‌های زیر را دارد؟

(۴) نزولی

(۳) صعودی

(۲) کراندار

(۱) همگرا

۲۵- اگر دنباله‌ی  $\{a_n\}$  صعودی و دنباله‌ی  $\{b_n\}$  نزولی باشد، آنگاه دنباله‌ی  $\{a_n - b_n\}$  کدامیک از دنباله‌های زیر می‌تواند باشد؟

(۴)  $\left\{\frac{2x-1}{2n-7}\right\}$ (۳)  $\left\{\frac{n+2}{2n+1}\right\}$ (۲)  $\left\{\frac{n+1}{2n+3}\right\}$ (۱)  $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ 

۲۶- دنباله‌ی  $\{a_n\}$  با شرط  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$  کدام خاصیت را دارد؟

(۲) کراندار و نزولی

(۱) کراندار و صعودی

(۴) بیکران و نزولی

(۳) بیکران و صعودی

۲۷- دنباله‌ی  $\left\{n \cos \frac{1}{n}\right\}$ ، کدام وضع زیر را دارد؟

- (۱) کراندار و صعودی  
(۲) کراندار و نزولی  
(۳) بیکران و صعودی  
(۴) بیکران و نزولی

۲۸- دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی  $u_n = n \left(\frac{1}{3}\right)^n$  چه نوع دنباله‌ای است؟

- (۱) بیکران و نزولی  
(۲) بیکران و صعودی  
(۳) کراندار و نزولی  
(۴) کراندار و صعودی

۲۹- در مورد دنباله‌ی  $a_n = \frac{4+7+10+\dots+(3n+1)}{2n^2}$ ، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) همگرا به صفر  
(۲) همگرا به ۳  
(۳) همگرا به  $\frac{3}{4}$   
(۴) واگرا

۳۰- دنباله‌ی  $U_n = \frac{n^2}{n-3} - \frac{n^2}{n+7}$  به چه عددی همگراست؟

- (۱) ۱۰  
(۲) ۸  
(۳) ۹  
(۴) دنباله واگراست.

۳۱- کدام دنباله کراندار و غیر یکنوا است؟

- (۱)  $\left\{\frac{2n+1}{n+3}\right\}$   
(۲)  $\left\{\frac{n^2+n}{n+4}\right\}$   
(۳)  $\{(-1)^n \cdot n\}$   
(۴)  $\left\{\frac{\cos n\pi}{n}\right\}$

۳۲- دنباله‌ی  $\left\{(\sqrt[3]{n^3+6n^2+8n+1}-n)\right\}$  چگونه است؟

- (۱) واگرا - نزولی  
(۲) همگرا - نزولی  
(۳) واگرا - صعودی  
(۴) همگرا - صعودی



۳۳- کدام دنباله واگراست؟ [ ] نماد جزء صحیح است

$$\left[ \frac{2 + \sin n}{\sqrt{n}} \right] \quad (2) \qquad \left[ \frac{(-1)^{n^2} + n}{n+3} \right] \quad (1)$$

$$\left[ \frac{(-1)^n + (-1)^{n+1}}{n} \right] \quad (4) \qquad \left[ \frac{\cos n\pi}{n!} \right] \quad (3)$$

۳۴- دنباله‌ی  $a_n = \frac{2^{2n+1} + 3^{2n+1}}{8^{n-1} + 9^{n+1}}$  به کدام عدد همگراست؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \qquad 16 \quad (2) \qquad 1 \quad (3) \qquad 4 \quad (4) \text{ صفر}$$

۳۵- اختلاف کوچکترین و بزرگترین جمله‌ی دنباله‌ی  $\left\{ \frac{3n-1}{2n-17} \right\}$  کدام است؟

$$14 \quad (1) \qquad 18 \quad (2) \qquad 35 \quad (3) \qquad 49 \quad (4)$$

۳۶- مجموعه مقادیر  $x$  که دنباله‌ی  $a_n = (|x| - 3)^n$  کراندار و غیرهمگرا باشد، کدام است؟

$$(-4, 2] \cup [2, 4) \quad (1) \qquad (-3, -2] \cup [2, 3) \quad (2)$$

$$\{-2, 2\} \quad (4) \qquad \emptyset \quad (3)$$

۳۷- دنباله‌ی  $\left\{ \left( \frac{c^2}{6c-2} \right)^n \right\}$  کراندار بوده و واگراست. حاصلضرب تمام مجموعه مقادیر  $c$  کدام است؟

$$2 \quad (1) \qquad -2 \quad (2) \qquad 1 \quad (3) \qquad -1 \quad (4)$$

۳۸- دنباله‌ی  $a_{n+1} = \sqrt{6a_n + 16}$  با شرط  $a_1 = 7$  چگونه است؟

(۱) صعودی - همگرا (۲) نزولی - همگرا (۳) صعودی - واگرا (۴) نزولی - واگرا

پاسخ نامه تست های تکمیلی

| دنباله |      | پیوستگی |        |      |         | مجانب |          | حد   |      |      |      |      |      |
|--------|------|---------|--------|------|---------|-------|----------|------|------|------|------|------|------|
| سوال   | جواب | سوال    | جواب   | سوال | جواب    | سوال  | جواب     | سوال | جواب | سوال | جواب | سوال | جواب |
| ۳      | ۲۸   | ۲       | ۳۸     | ۱    | ۱۳      | ۲     | ۱۲۷      | ۲    | ۸۵   | ۴    | ۴۳   | ۴    | ۱    |
| ۳      | ۲۹   | ۲       | ۳۹     | ۴    | ۱۴      | ۳     | ۱۲۸      | ۲    | ۸۶   | ۴    | ۴۴   | ۲    | ۲    |
| ۱      | ۳۰   | ۲       | ۴۰     | ۲    | ۱۵      | ۳     | ۱۲۹      | ۳    | ۸۷   | ۴    | ۴۵   | ۲    | ۳    |
| ۴      | ۳۱   | ۴       | ۴۱     | ۱    | ۱۶      | ۳     | ۱۳۰      | ۱    | ۸۸   | ۲    | ۴۶   | ۳    | ۴    |
| ۴      | ۳۲   | ۳       | ۴۲     |      | پیوستگی |       | مجانب(۱) | ۳    | ۸۹   | ۱    | ۴۷   | ۳    | ۵    |
| ۳      | ۳۳   | ۲       | ۴۳     | ۲    | ۱       | ۴     | ۱        | ۴    | ۹۰   | ۲    | ۴۸   | ۲    | ۶    |
| ۱      | ۳۴   | ۲       | ۴۴     | ۴    | ۲       | ۲     | ۲        | ۱    | ۹۱   | ۱    | ۴۹   | ۴    | ۷    |
| ۴      | ۳۵   | ۴       | ۴۵     | ۱    | ۳       | ۳     | ۳        | ۲    | ۹۲   | ۳    | ۵۰   | ۴    | ۸    |
| ۴      | ۳۶   | ۲       | ۴۶     | ۴    | ۴       | ۲     | ۴        | ۳    | ۹۳   | ۴    | ۵۱   | ۲    | ۹    |
| ۲      | ۳۷   | ۲       | ۴۷     | ۳    | ۵       | ۲     | ۵        | ۲    | ۹۴   | ۱    | ۵۲   | ۴    | ۱۰   |
| ۱      | ۳۸   | ۱       | ۴۸     | ۳    | ۶       | ۴     | ۶        | ۲    | ۹۵   | ۴    | ۵۳   | ۱    | ۱۱   |
|        |      | ۳       | ۴۹     | ۴    | ۷       | ۳     | ۷        | ۴    | ۹۶   | ۲    | ۵۴   | ۳    | ۱۲   |
|        |      | ۳       | ۵۰     | ۲    | ۸       | ۱     | ۸        | ۲    | ۹۷   | ۴    | ۵۵   | ۲    | ۱۳   |
|        |      | ۲       | ۵۱     | ۲    | ۹       | ۱     | ۹        | ۴    | ۹۸   | ۴    | ۵۶   | ۳    | ۱۴   |
|        |      |         | دنباله | ۴    | ۱۰      | ۳     | ۱۰       | ۳    | ۹۹   | ۳    | ۵۷   | ۲    | ۱۵   |
|        |      | ۳       | ۱      | ۴    | ۱۱      | ۲     | ۱۱       | ۱    | ۱۰۰  | ۳    | ۵۸   | ۱    | ۱۶   |
|        |      | ۳       | ۲      | ۲    | ۱۲      | ۱     | ۱۲       | ۴    | ۱۰۱  | ۱    | ۵۹   | ۴    | ۱۷   |
|        |      | ۱       | ۳      | ۱    | ۱۳      | ۱     | ۱۳       | ۴    | ۱۰۲  | ۳    | ۶۰   | ۳    | ۱۸   |
|        |      | ۲       | ۴      | ۲    | ۱۴      | ۲     | ۱۴       | ۱    | ۱۰۳  | ۳    | ۶۱   | ۳    | ۱۹   |
|        |      | ۳       | ۵      | ۱    | ۱۵      | ۲     | ۱۵       | ۱    | ۱۰۴  | ۴    | ۶۲   | ۱    | ۲۰   |
|        |      | ۴       | ۶      | ۳    | ۱۶      | ۲     | ۱۶       | ۳    | ۱۰۵  | ۴    | ۶۳   | ۴    | ۲۱   |
|        |      | ۴       | ۷      | ۴    | ۱۷      | ۱     | ۱۷       | ۱    | ۱۰۶  | ۴    | ۶۴   | ۳    | ۲۲   |
|        |      | ۴       | ۸      | ۱    | ۱۸      | ۳     | ۱۸       | ۱    | ۱۰۷  | ۳    | ۶۵   | ۲    | ۲۳   |
|        |      | ۴       | ۹      | ۲    | ۱۹      | ۳     | ۱۹       | ۳    | ۱۰۸  | ۳    | ۶۶   | ۳    | ۲۴   |
|        |      | ۱       | ۱۰     | ۱    | ۲۰      | ۴     | ۲۰       | ۴    | ۱۰۹  | ۴    | ۶۷   | ۲    | ۲۵   |
|        |      | ۲       | ۱۱     | ۳    | ۲۱      | ۲     | ۲۱       | ۱    | ۱۱۰  | ۲    | ۶۸   | ۴    | ۲۶   |
|        |      | ۴       | ۱۲     | ۴    | ۲۲      | ۴     | ۲۲       | ۱    | ۱۱۱  | ۲    | ۶۹   | ۳    | ۲۷   |
|        |      | ۱       | ۱۳     | ۲    | ۲۳      | ۴     | ۲۳       | ۱    | ۱۱۲  | ۳    | ۷۰   | ۴    | ۲۸   |
|        |      | ۱       | ۱۴     | ۴    | ۲۴      | ۴     | ۲۴       | ۴    | ۱۱۳  | ۴    | ۷۱   | ۴    | ۲۹   |
|        |      | ۴       | ۱۵     | ۳    | ۲۵      |       | مجانب(۲) | ۳    | ۱۱۴  | ۲    | ۷۲   | ۱    | ۳۰   |
|        |      | ۱       | ۱۶     | ۳    | ۲۶      | ۲     | ۱        | ۳    | ۱۱۵  | ۲    | ۷۳   | ۳    | ۳۱   |
|        |      | ۴       | ۱۷     | ۲    | ۲۷      | ۱     | ۲        | ۳    | ۱۱۶  | ۲    | ۷۴   | ۴    | ۳۲   |
|        |      | ۴       | ۱۸     | ۲    | ۲۸      | ۱     | ۳        | ۴    | ۱۱۷  | ۴    | ۷۵   | ۳    | ۳۳   |
|        |      | ۱       | ۱۹     | ۴    | ۲۹      | ۴     | ۴        | ۲    | ۱۱۸  | ۳    | ۷۶   | ۳    | ۳۴   |
|        |      | ۱       | ۲۰     | ۴    | ۳۰      | ۲     | ۵        | ۲    | ۱۱۹  | ۲    | ۷۷   | ۳    | ۳۵   |
|        |      | ۳       | ۲۱     | ۲    | ۳۱      | ۳     | ۶        | ۳    | ۱۲۰  | ۳    | ۷۸   | ۲    | ۳۶   |
|        |      | ۲       | ۲۲     | ۳    | ۳۲      | ۴     | ۷        | ۲    | ۱۲۱  | ۲    | ۷۹   | ۴    | ۳۷   |
|        |      | ۱       | ۲۳     | ۲    | ۳۳      | ۲     | ۸        | ۳    | ۱۲۲  | ۱    | ۸۰   | ۱    | ۳۸   |
|        |      | ۲       | ۲۴     | ۳    | ۳۴      | ۲     | ۹        | ۲    | ۱۲۳  | ۴    | ۸۱   | ۳    | ۳۹   |
|        |      | ۲       | ۲۵     | ۳    | ۳۵      | ۱     | ۱۰       | ۲    | ۱۲۴  | ۳    | ۸۲   | ۴    | ۴۰   |
|        |      | ۱       | ۲۶     | ۱    | ۳۶      | ۱     | ۱۱       | ۲    | ۱۲۵  | ۴    | ۸۳   | ۱    | ۴۱   |